



**DEG**

División  
Educación  
General

**ESCUELAS  
ARRIBA**

Que todos los  
niños aprendan

**OA 18 – 5° Básico**

**MATEMÁTICAS**

**GUÍA PARA ESTUDIANTE**

Actividades de apoyo 5° básico

**UNIDAD 2**

**Longitudes, geometría e isométricas**

**GUÍA 1:**

Tema: Traslación, rotación y reflexión de figuras 2D

**FICHA 1**

Traslación

**FICHA 2**

Rotación

**FICHA 3**

Reflexión

**GUÍA 2:**

Tema: Congruencia

**FICHA 1**

Congruencia

Nombre: \_\_\_\_\_

Curso: \_\_\_\_\_ Letra: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Establecimiento: \_\_\_\_\_

## GUÍA DEL ESTUDIANTE N°1

### Traslación, rotación y reflexión de figuras 2D

#### *Introducción*

La siguiente guía tiene como objetivo reforzar los conocimientos previos y aquellos propios del nivel, que necesitas comprender para abordar el siguiente Objetivo de Aprendizaje (OA):

*OA 18. Demostrar que comprenden el concepto de congruencia, usando la traslación, la reflexión y la rotación en cuadrículas y mediante software geométrico.*

Esta guía se compone de 4 fichas, las que abordan el siguiente tema:

Tema	Ficha
<b>(Guía N°1) Traslación, rotación y reflexión de figuras 2D</b>	1. Traslación.
	2. Rotación.
	3. Reflexión.
<b>(Guía N°2) Congruencia</b>	1. Congruencia.

En las fichas encontrarás las siguientes secciones:

- **! "#\$%&" ' \$()** Se activan los conocimientos previos.
- **\*%+#, #.)** Se proponen actividades que te permitirán aplicar los conocimientos previos.
- **/ "(.01\$)** Se compone de una o más actividades, correspondientes a problemas o situaciones en contextos concretos o matemáticos, que te invitarán a la aplicación y reflexión de los aprendizajes ya adquiridos.

## TRASLACIÓN

**OBJETIVO:** Trasladar figuras 2D utilizando diversas estrategias y reconocer las características que tienen las figuras originales con las resultantes.

**¿Cómo podemos realizar una traslación?**

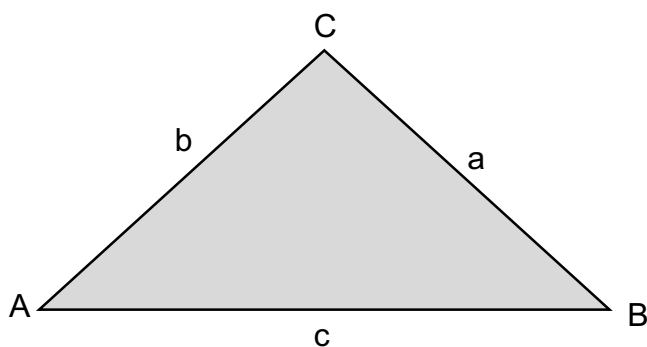
### *Recordemos*

#### FIGURAS 2D Y SUS ELEMENTOS

En fichas anteriores conociste los triángulos, cuadrados, rectángulos y otras figuras planas de dos dimensiones, figuras 2D.

Además, conociste los elementos básicos de la geometría como lados, vértices, ángulos.

En el siguiente triángulo, identificaremos los vértices y lados que utilizaremos para nombrarlo.



Podemos observar que, A, B y C son los **vértices** del triángulo, estos se nombran generalmente con letras mayúsculas.

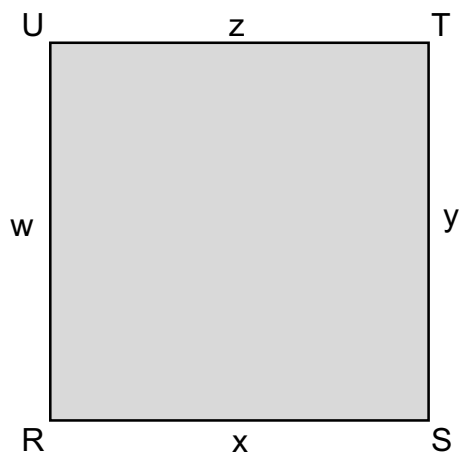
Los **lados** de este triángulo son: a, b y c. Generalmente, los lados de una figura se nombran con letras minúsculas.

ABC forma un triángulo.

ABC es un polígono de 3 lados, llamado triángulo.

#### ACTIVIDAD 1

Nombra los vértices, lados e identifica qué tipo de polígono es.



a) Vértices: \_\_\_\_\_

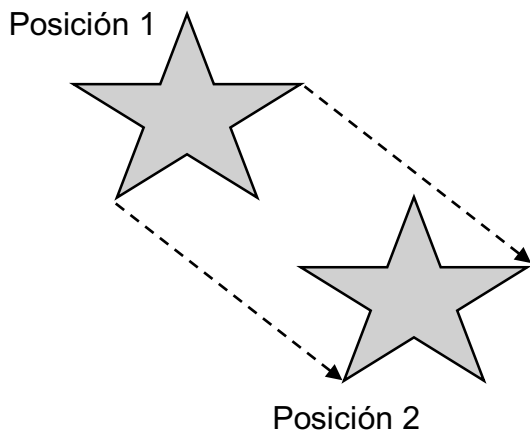
b) Lados: \_\_\_\_\_

c) Polígono: \_\_\_\_\_

**TRASLACIÓN**

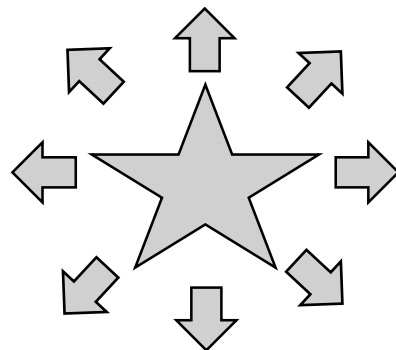
Mover una figura de una posición a otra nueva sin perder la forma y tamaño se llama traslación.

Miremos el siguiente ejemplo:



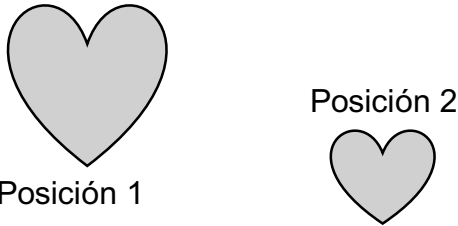
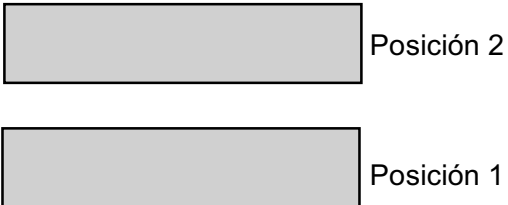

La estrella se ha trasladado en dirección diagonal desde la posición 1 a la posición 2 y sigue manteniendo la forma y el tamaño

Puedes trasladar una figura trasladándola en cualquier dirección: hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba, hacia abajo, de manera diagonal.



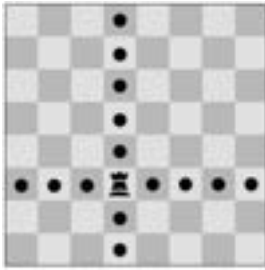
**ACTIVIDAD 2**

Identifica qué figuras fueron trasladadas y justifica tu respuesta.

Figuras	Justificación
a) 	
b) 	
c) 	

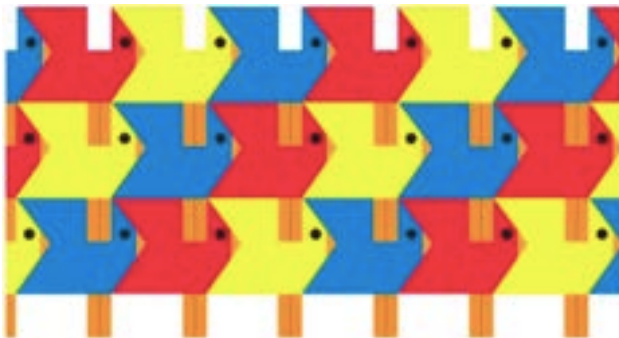
**RECONOCER EN EL ENTORNO FIGURAS 2D QUE ESTÁN TRASLADADAS**

Como estudiamos anteriormente la traslación es el movimiento de una figura sin que cambie de forma y tamaño. Este tipo de movimientos los podemos observar en nuestro entorno cuando realizamos algunas actividades, por ejemplo:



Podemos observar, que en el tablero las torres pueden moverse a cualquier casilla a lo largo de las filas y columnas. La torre no cambia de forma ni tamaño después de realizar la traslación.

Cuando un ascensor sube o baja, también realiza una traslación que va hacia arriba o hacia abajo, la forma y el tamaño del ascensor no cambian al ir de un piso a otro.



Existen construcciones con figuras que se trasladan varias veces hasta completar un plano, llamadas teselaciones. Por ejemplo, acá tenemos que la figura inicial, que es la imagen de un ave, se copia y traslada hacia la derecha para formar la teselación.

**ACTIVIDAD 3**

Dibuja y describe una traslación que suceda en tu entorno.



TRASLADAR FIGURAS 2D, CALCANDO Y RECORTANDO LA FIGURA ORIGINAL Y PEGANDO LA FIGURA RESULTANTE. CARACTERÍSTICAS QUE LE PERMITEN TRASLADAR A TRAVÉS DE UN DIBUJO EN UNA CUADRÍCULA.

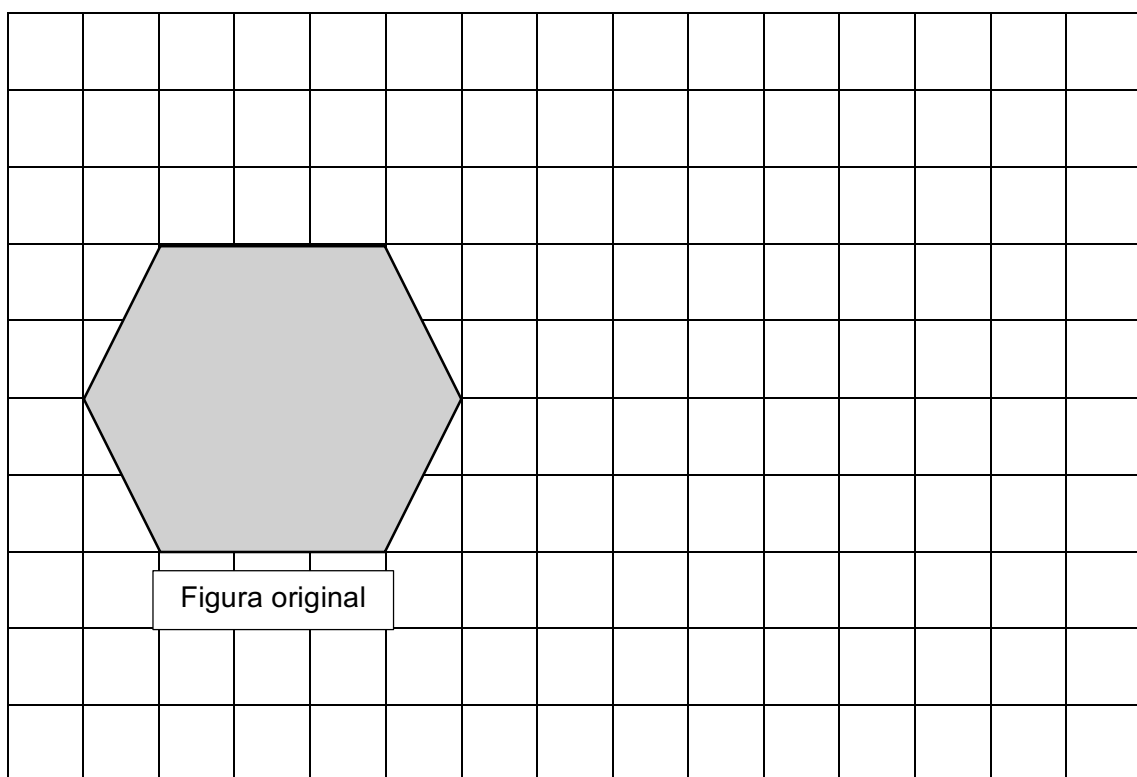
Ahora trabajaremos una actividad práctica, para lograr completarla necesitas: papel lustre, tijera y pegamento.

Traslademos la figura 2D, que se muestra a continuación, siguiendo los pasos.

Paso 1: calca el hexágono en el papel lustre.

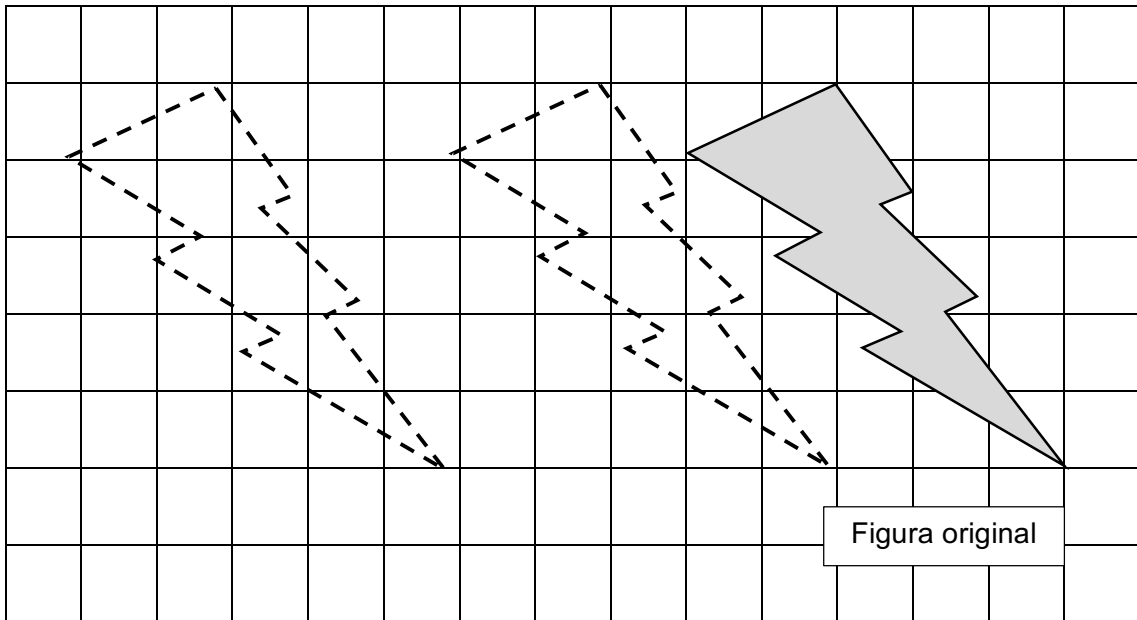
Paso 2: recorta el hexágono.

Paso 3: Realiza una traslación pegando el hexágono resultante al lado derecho del hexágono original que está en la cuadrícula.



Podemos observar que la nueva figura es igual en tamaño y forma, ya que realizaste un calco de esta. Si no la calcamos podría resultarnos una figura ampliada o reducida a la original, esto afectaría a la condición inicial de la traslación que es “no cambia de forma ni tamaño”. Luego, es importante pegar la nueva figura siguiendo su sentido original, es decir, sin realizar giros.

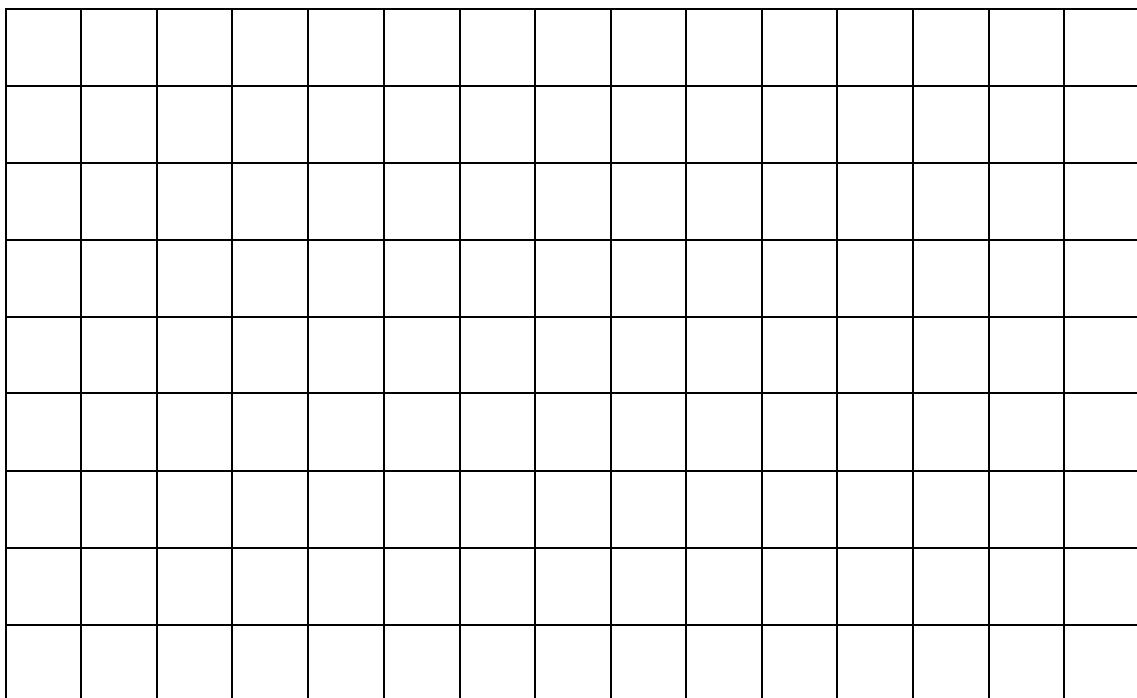
A continuación, realizamos los pasos 1 y 2 anteriormente descritos, para trasladar la siguiente figura 2D, esta vez realiza una traslación hacia el lado izquierdo.



La figura resultante es una traslación de la figura original, ya que no cambia de forma ni tamaño. Sólo fue trasladada hacia la izquierda.

**ACTIVIDAD 4**

En la siguiente cuadrícula dibuja una figura 2D, luego cálcala, recórtala y pégala en la misma cuadrícula realizando una traslación. Finalmente, realiza conclusiones de tu figura original y resultante.

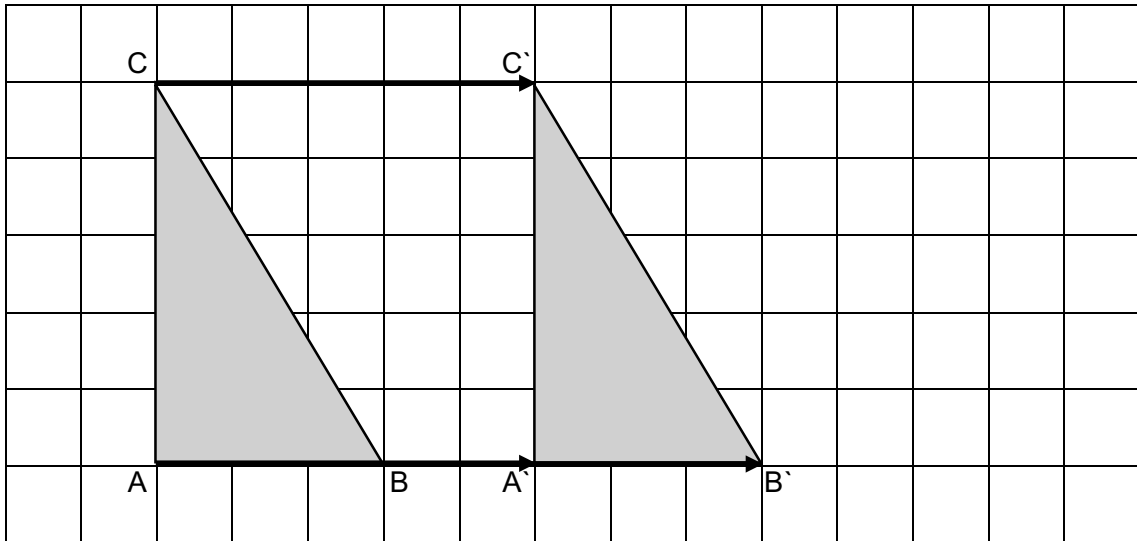


Conclusiones:

**TRASLADAR FIGURAS 2D EN CUADRÍCULAS.**

Anteriormente, logramos realizar traslaciones, a través del calcado de la figura original. Ahora, trabajaremos la traslación de la figura original utilizando el conteo de cuadros de la cuadrícula.

**Traslademos el triángulo ABC 5 unidades hacia la derecha.**



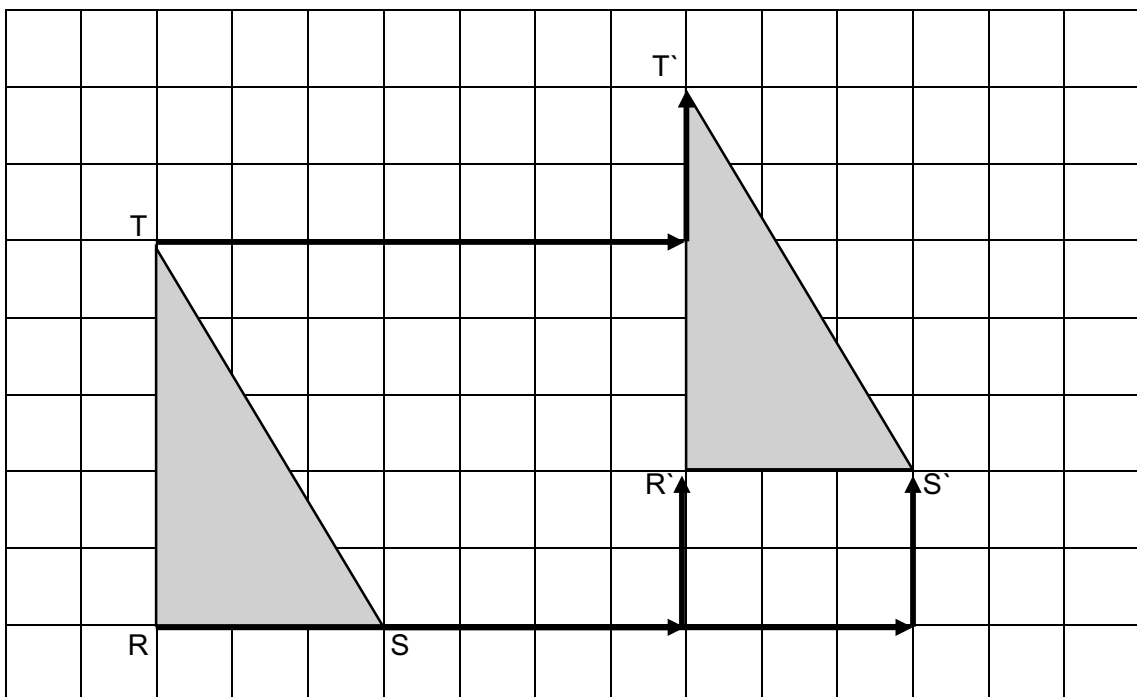
Los vértices del triángulo son: A, B y C.

Primero trasladamos cada vértice 5 unidades a la derecha.

Nombramos los nuevos vértices como A', B' y C'.

Luego, unimos para obtener el triángulo A'B'C'.

**Traslademos el triángulo RST, 7 unidades hacia la derecha y 2 unidades hacia arriba.**



Los vértices del triángulo son: R, S y T.

Primero, trasladamos cada vértice 7 unidades a la derecha y luego 2 unidades hacia arriba.

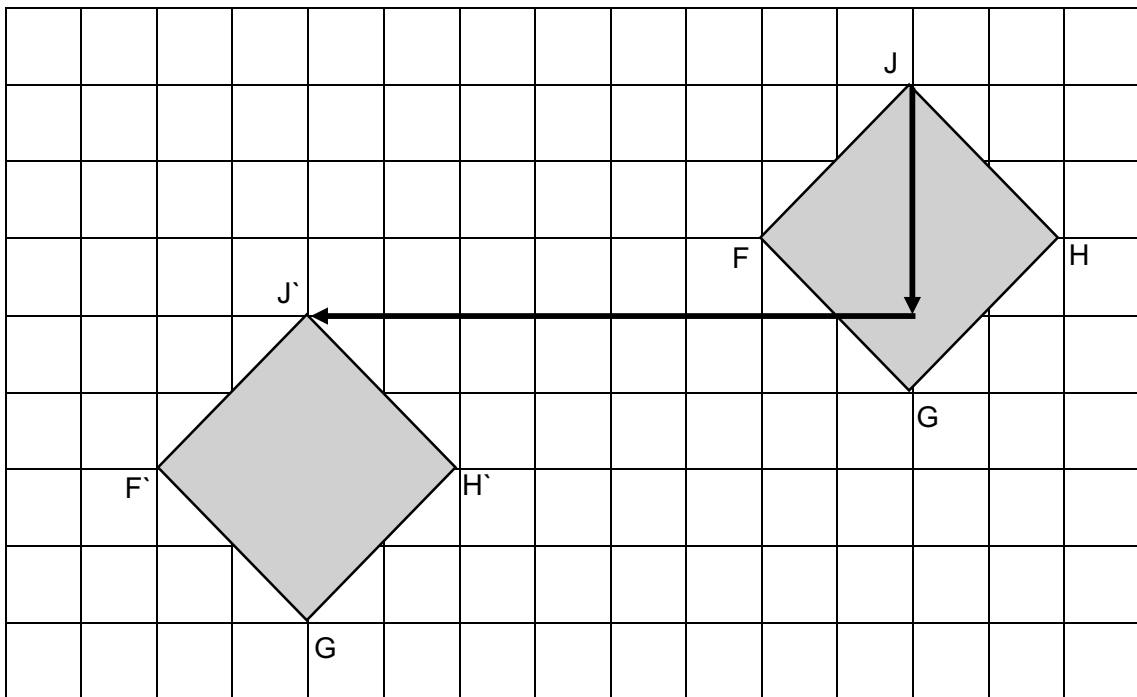
Nombramos los nuevos vértices como R', S' y T'.

Luego, unimos para obtener el triángulo R'S'T'.



Veamos otro ejemplo de traslación de una figura 2D en una cuadrícula.

**Traslademos el cuadrilátero FGHIJ, 3 unidades hacia abajo y 8 unidades hacia la izquierda.**



Los vértices del cuadrilátero son: F, G, H y J.

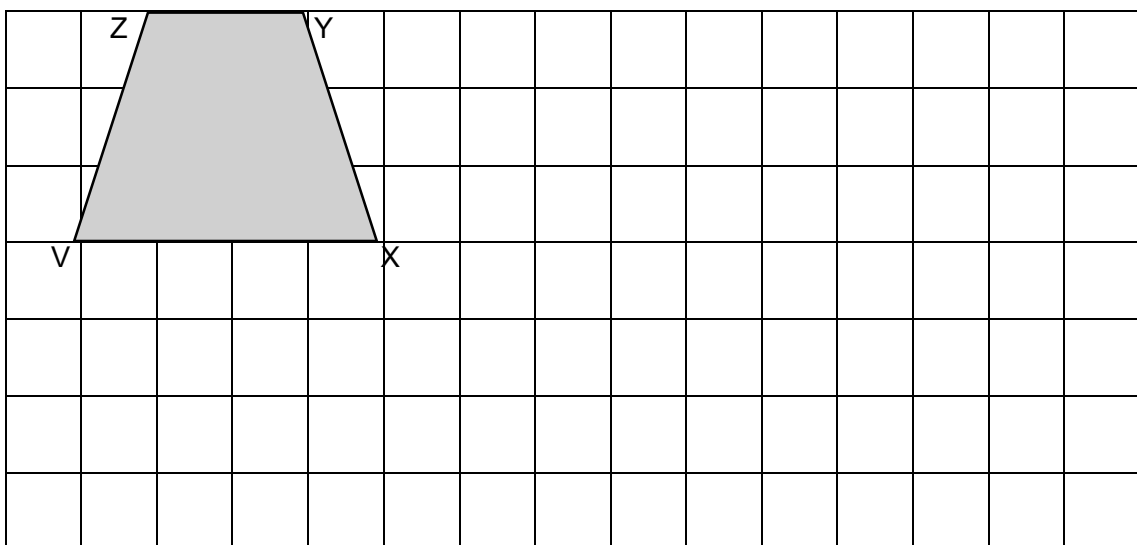
Primero, trasladamos cada vértice 3 unidades hacia abajo y 8 unidades hacia arriba.

Nombramos los nuevos vértices como F', G', H' y J'.

Luego, unimos para obtener el cuadrilátero F'G'H'I'.

**ACTIVIDAD 5**

Traslademos el cuadrilátero VXYZ, 6 unidades hacia la derecha y 3 unidades hacia abajo. Luego, completa los espacios en blanco.



Los vértices del cuadrilátero son: \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_ y \_\_\_\_.

Primero, trasladamos cada vértice \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_.

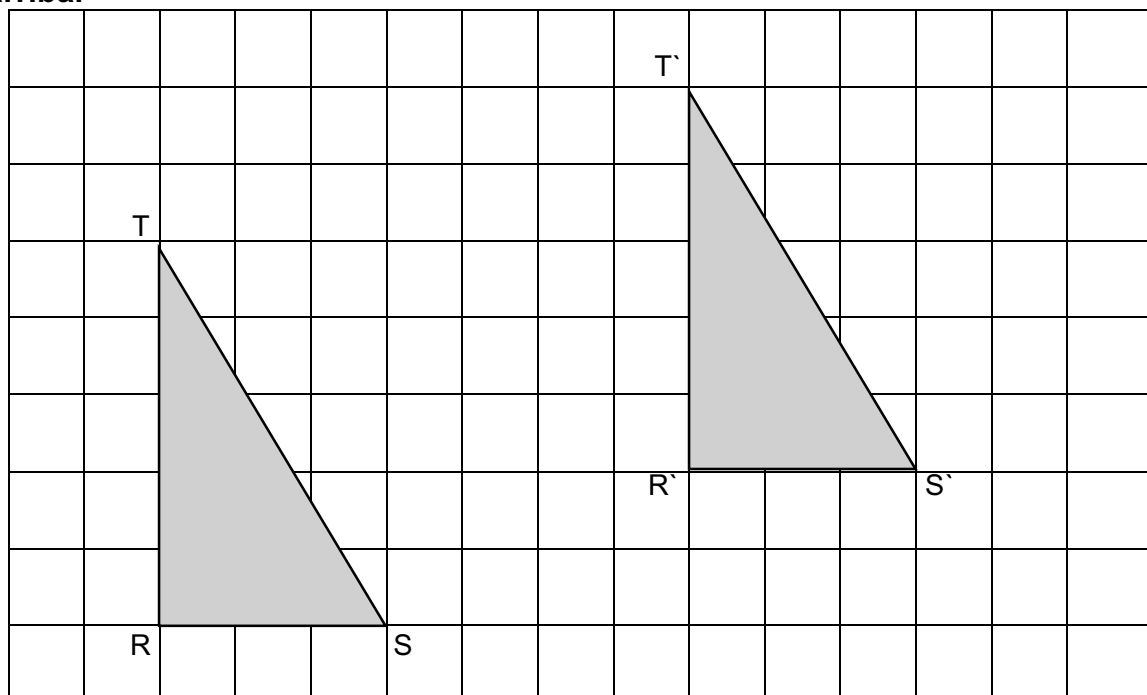
Nombramos los nuevos vértices como \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_ y \_\_\_\_.

Luego, unimos para obtener el cuadrilátero \_\_\_\_\_.

**ANALIZAR LAS FIGURAS LUEGO DE TRASLADAR FIGURAS 2D**

Retomemos una de las figuras trasladadas anteriormente para analizar algunos datos.

**Trasladamos el triángulo RST, 7 unidades hacia la derecha y 2 unidades hacia arriba.**



Medimos la longitud cada **lado del triángulo RST** con una regla.

- El lado TR mide 5 cm.
- El lado RS mide 3 cm.
- El lado ST mide 6 cm.

Ahora, medimos cada **lado del triángulo R'S'T'** con una regla.

- El lado T'R' mide 5 cm.
- El lado R'S' mide 3 cm.
- El lado S'T' mide 6 cm.

De acuerdo a lo anterior, la medida de los lados correspondientes del triángulo RST y R'S'T' es la misma

Medimos los **ángulos interiores del triángulo RST** con un transportador.

- El  $\angle$ TRS =  $90^\circ$
- El  $\angle$ RST =  $60^\circ$
- El  $\angle$ STR =  $30^\circ$

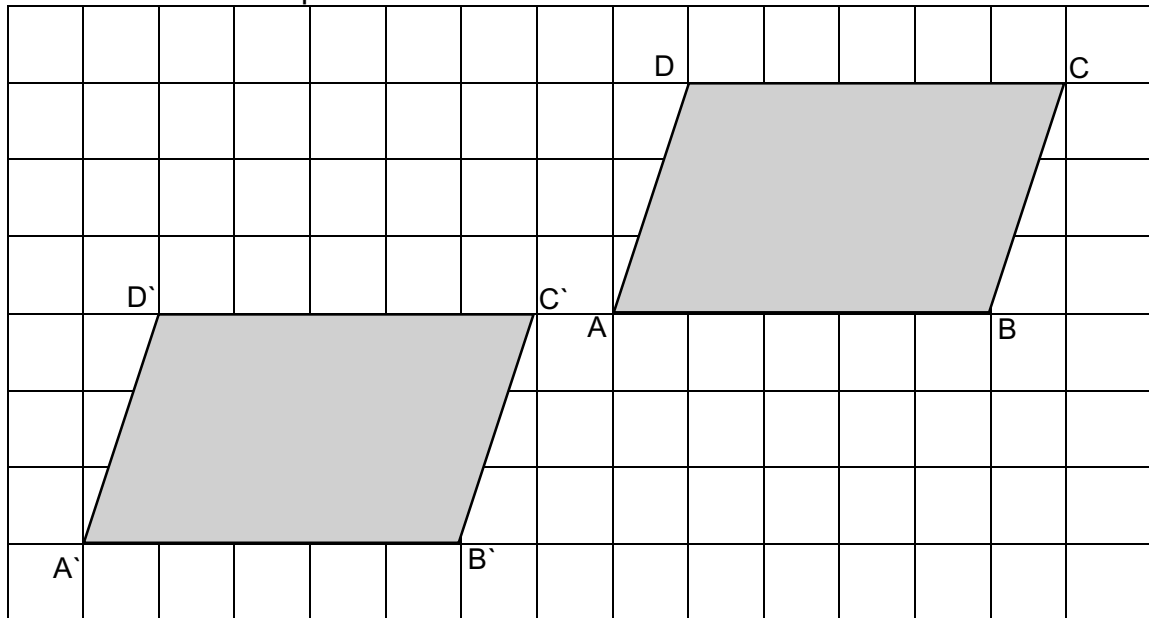
A continuación, **medimos los ángulos interiores del triángulo R'S'T'** con un transportador.

- El  $\angle$ T'R'S' =  $90^\circ$
- El  $\angle$ R'S'T' =  $60^\circ$
- El  $\angle$ T'R'S' =  $30^\circ$

De acuerdo a lo anterior, la medida de los ángulos correspondientes del triángulo RST y R'S'T' son iguales.

**ACTIVIDAD 6**

El cuadrilátero ABCD fue transportado resultando el cuadrilátero A'B'C'D'.  
 Completa la información pedida abajo. Mide los lados con una regla y ángulos interiores con un transportador.



**Longitud de los lados del cuadrilátero ABCD.**

- Lado AB = \_\_\_\_\_.
- Lado BC = \_\_\_\_\_.
- Lado CD = \_\_\_\_\_.
- Lado DA = \_\_\_\_\_.

**Longitud de los lados del cuadrilátero A'B'C'D'.**

- Lado A'B' = \_\_\_\_\_.
- Lado B'C' = \_\_\_\_\_.
- Lado C'D' = \_\_\_\_\_.
- Lado D'A' = \_\_\_\_\_.

De acuerdo a lo anterior, la medida de los lados correspondientes del cuadrilátero ABCD y A'B'C'D' \_\_\_\_\_

**Ángulos interiores del cuadrilátero ABCD.**

- $\sphericalangle$ DAB = \_\_\_\_\_.
- $\sphericalangle$ ABC = \_\_\_\_\_.
- $\sphericalangle$ BCD = \_\_\_\_\_.
- $\sphericalangle$ CDA = \_\_\_\_\_.

**Ángulos interiores del cuadrilátero A'B'C'D'.**

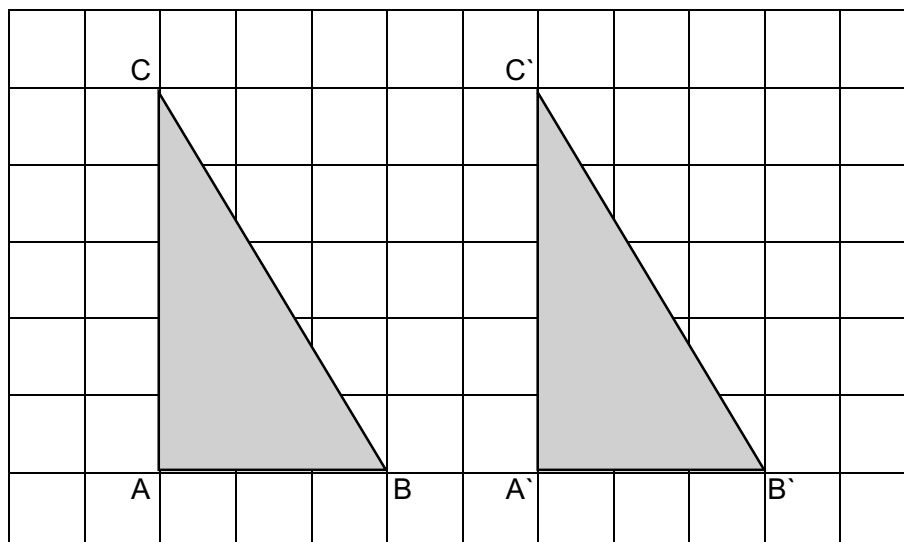
- $\sphericalangle$ D'A'B' = \_\_\_\_\_.
- $\sphericalangle$ A'B'C' = \_\_\_\_\_.
- $\sphericalangle$ B'C'D' = \_\_\_\_\_.
- $\sphericalangle$ C'D'A' = \_\_\_\_\_.

De acuerdo a lo anterior, la medida de los ángulos correspondientes del cuadrilátero ABCD y A'B'C'D' \_\_\_\_\_

## CONCLUIR CUÁNDO LAS FIGURAS (ORIGINAL CON RESULTANTE) SON CONGRUENTES

Anteriormente, analizamos la figura original y la resultante después de aplicar una traslación. Midiendo los lados y ángulos de ambas figuras, logramos comprobar que lados y ángulos correspondientes son iguales en medida.

Con la traslación del triángulo ABC, 5 unidades hacia la derecha, realicemos algunas conclusiones.



El lado AB tiene la misma longitud de A'B'

El lado BC tiene la misma longitud de B'C'

El lado CA tiene la misma longitud de C'A'

El  $\sphericalangle CAB = \sphericalangle C'A'B'$

El  $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A'B'C'$

El  $\sphericalangle BCA = \sphericalangle B'C'A'$

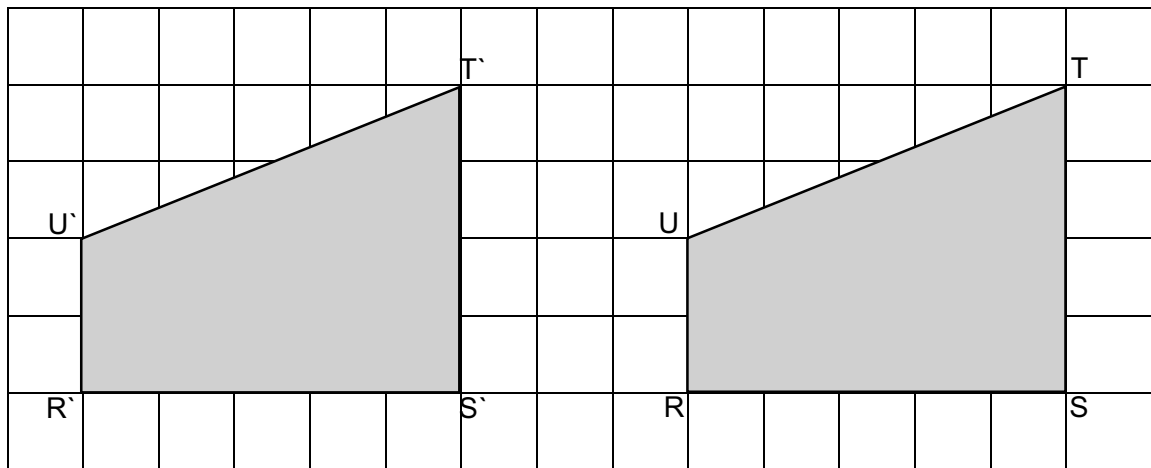
Podemos concluir:

- Las longitudes de los lados de una figura son las mismas después de una traslación.
- Los ángulos son los mismos después de una traslación.
- La figura A'B'C' es un triángulo.
- La figura ABC y la figura A'B'C' son congruentes.

Cuando realizamos una traslación no se modifican ni los lados ni los ángulos de la figura. Solamente cambia la posición de la figura. Puesto que la figura original y resultante tienen la misma forma y tamaño, por lo tanto, estas figuras son **congruentes**.

**ACTIVIDAD 7**

El cuadrilátero RSTU se trasladó 8 unidades hacia la izquierda.  
 Responde las preguntas, completando los espacios en blanco.



El lado \_\_\_\_\_ = lado R'S'  
 El lado ST = lado \_\_\_\_\_  
 El lado \_\_\_\_\_ = lado T'U'  
 El lado \_\_\_\_\_ = lado \_\_\_\_\_

El  $\angle$ RST =  $\angle$  \_\_\_\_\_  
 El  $\angle$  \_\_\_\_\_ =  $\angle$ S'T'U'  
 El  $\angle$ TUR =  $\angle$  \_\_\_\_\_  
 El  $\angle$  \_\_\_\_\_ =  $\angle$  \_\_\_\_\_

¿La traslación cambio la medida de los lados del cuadrilátero? \_\_\_\_\_

¿La traslación cambio la medida de los ángulos del cuadrilátero? \_\_\_\_\_

¿La figura RSTU y R'S'T'U' son congruentes? Justifica.

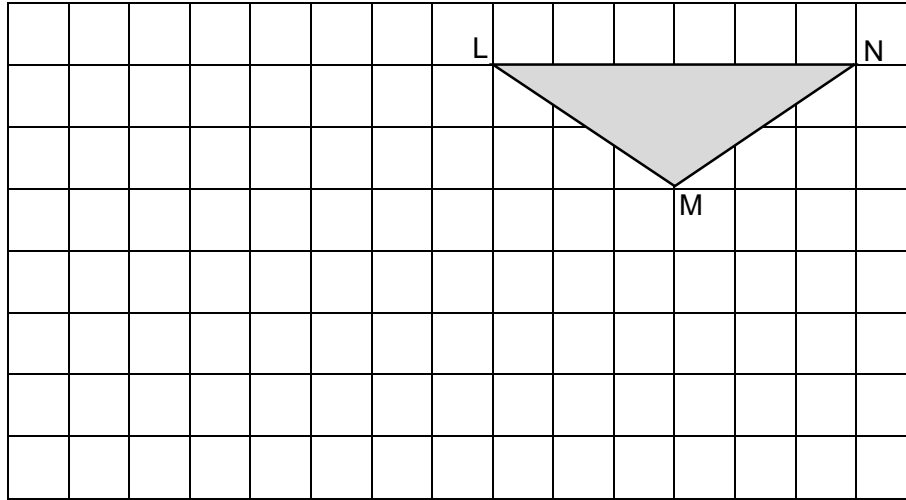
---



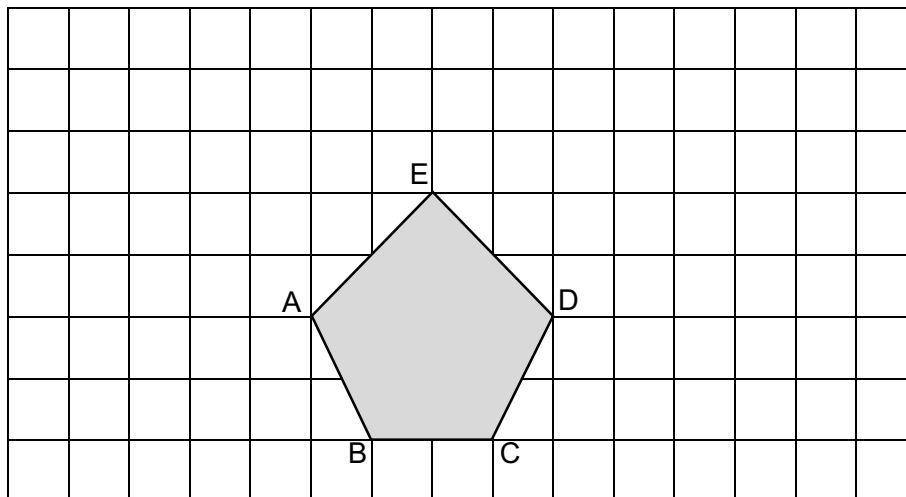
---

### Práctica

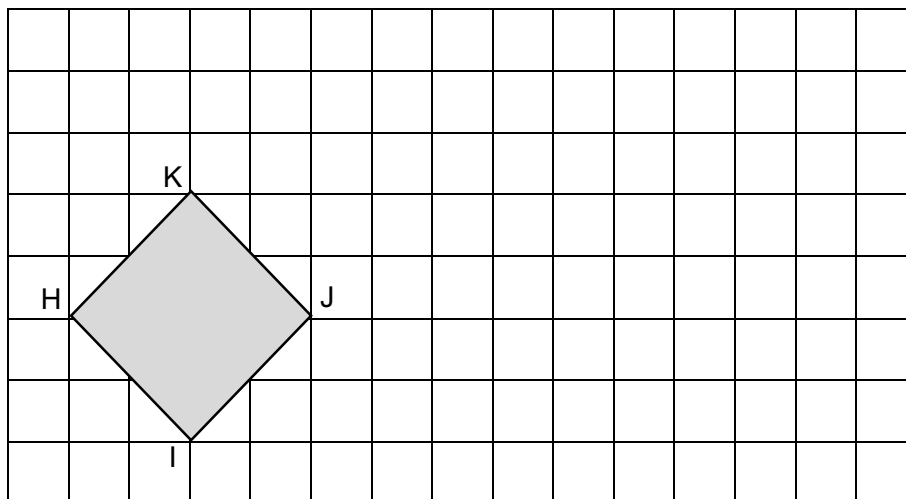
1. Traslada las figuras según las indicaciones dadas.
  - a) Traslada el triángulo LMN, 4 unidades hacia abajo y 6 unidades hacia la izquierda.



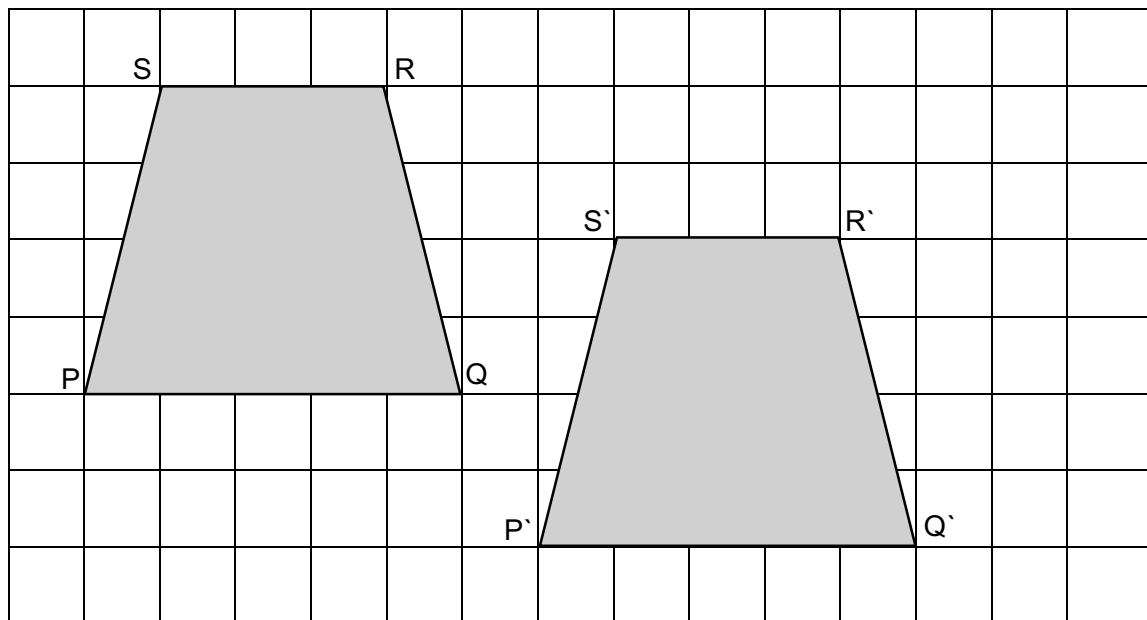
- b) Traslada el pentágono ABCDE, 2 unidades hacia derecha y 3 unidades hacia arriba.



- c) Traslada el cuadrilátero HIJK, 2 unidades hacia arriba y 9 unidades hacia la derecha.



2. El cuadrilátero PQRS fue transportado resultando el cuadrilátero P`Q`R`S`.  
 Mide los lados con una regla y ángulos interiores con un transportador. Luego, completa las conclusiones.



**Longitud de los lados del cuadrilátero PQRS y del cuadrilátero P`Q`R`S`.**

Lado PQ = \_\_\_\_\_ .                      Lado P`Q` = \_\_\_\_\_ .  
 Lado QR = \_\_\_\_\_ .                      Lado Q`R` = \_\_\_\_\_ .  
 Lado RS = \_\_\_\_\_ .                      Lado R`S` = \_\_\_\_\_ .  
 Lado SP = \_\_\_\_\_ .                      Lado S`P` = \_\_\_\_\_ .

**Ángulos interiores del cuadrilátero PQRS y del cuadrilátero P`Q`R`S`.**

$\sphericalangle$ SPQ = \_\_\_\_\_ .                       $\sphericalangle$ S`P`Q` = \_\_\_\_\_ .  
 $\sphericalangle$ PQR = \_\_\_\_\_ .                       $\sphericalangle$ P`Q`R` = \_\_\_\_\_ .  
 $\sphericalangle$ QRS = \_\_\_\_\_ .                       $\sphericalangle$ Q`R`S` = \_\_\_\_\_ .  
 $\sphericalangle$ RSP = \_\_\_\_\_ .                       $\sphericalangle$ R`S`P` = \_\_\_\_\_ .

Conclusiones.

Las longitudes de los lados de una figura son \_\_\_\_\_ después de una traslación.

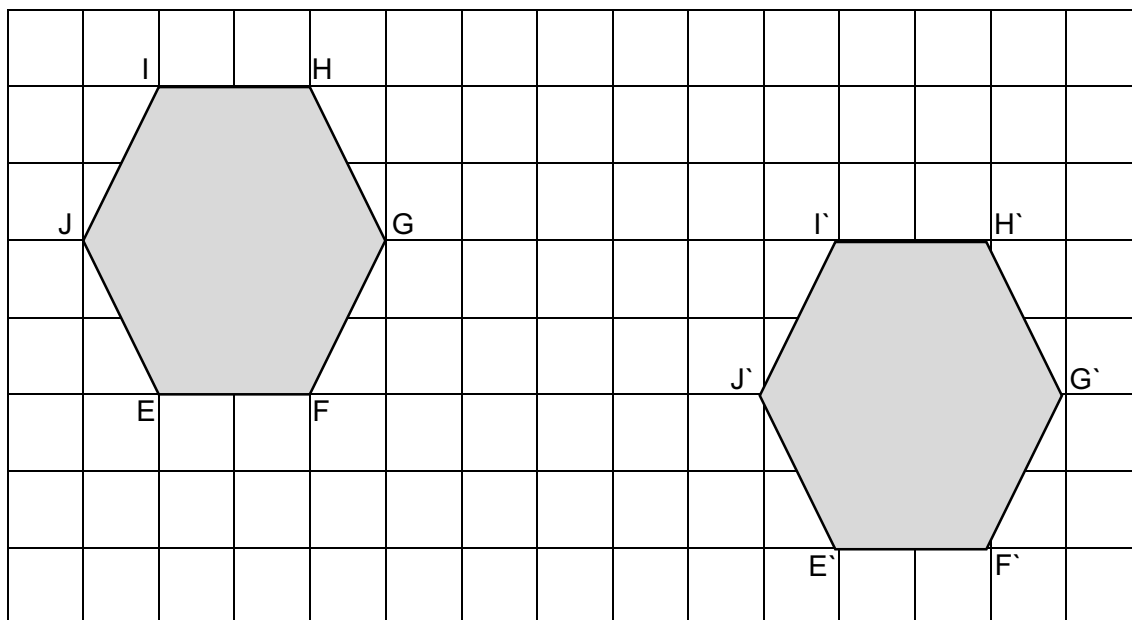
Los ángulos son \_\_\_\_\_ después de una traslación.

La figura P`Q`R`S` es un \_\_\_\_\_.

La figura PQRS y la figura P`Q`R`S` son \_\_\_\_\_.

**Desafío**

El hexágono EFGHIJ se trasladó, según se muestra a continuación, resultado el hexágono E'F'G'H'I'J'.



Describe una traslación de la figura de origen para llegar a la posición resultante.



## ROTACIÓN

**OBJETIVO:** Rotar figuras 2D utilizando diversas estrategias y reconocer las características que tienen las figuras originales con las resultantes.

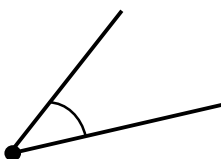
**¿Cómo realizar una rotación en figuras 2D?**

### *Recordemos*

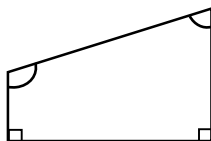
#### ÁNGULO

---

Un ángulo está formado por dos líneas con un punto extremo en común.



También se puede formar un ángulo cuando se unen dos lados de una figura.



#### ÁNGULO RECTO

---

El ángulo recto es aquel que mide exactamente  $90^\circ$  y lo podemos encontrar en figuras geométricas, cuerpos geométricos e incluso en el entorno.

Este cuadrilátero tiene 2 ángulos rectos y son indicados de manera recta, formando un cuadrado con los lados de la figura.

Por ejemplo, la pizarra blanca que se muestra en la imagen está formada por 4 ángulos rectos. Cada esquina de la pizarra es un ángulo de  $90^\circ$ , es decir, es un ángulo recto.

#### **ACTIVIDAD 1**

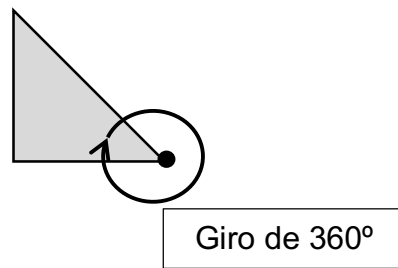
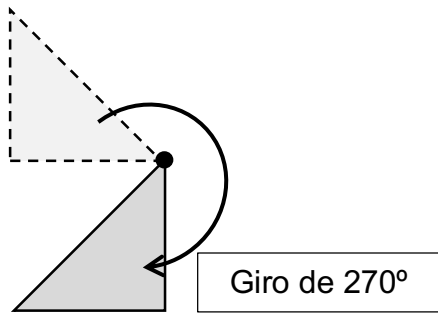
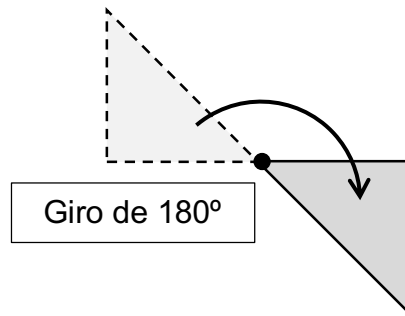
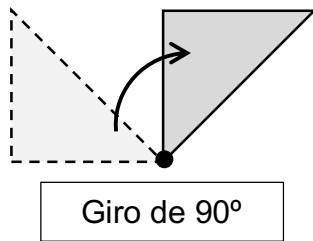
Dibuja un elemento de tu entorno que tenga al menos un ángulo recto y márcalo para identificarlo.



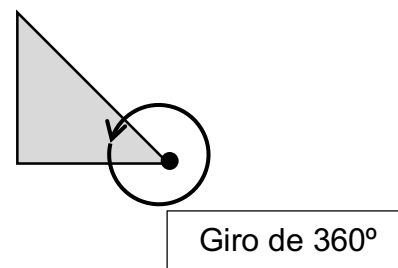
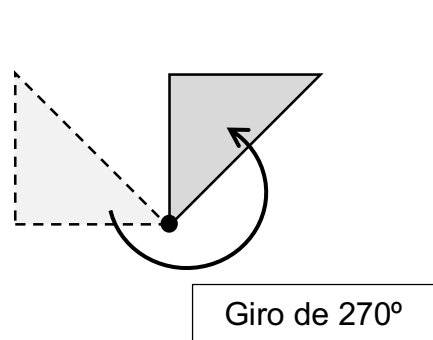
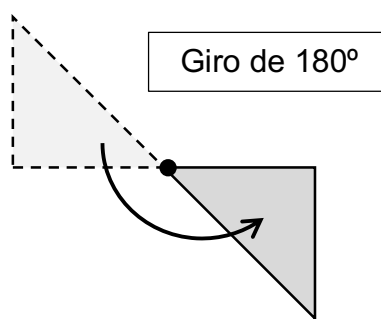
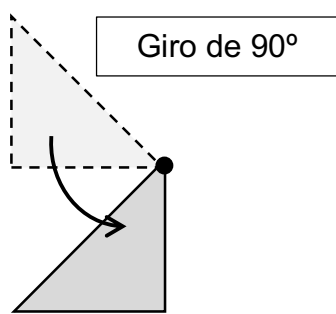
**ROTACIÓN**

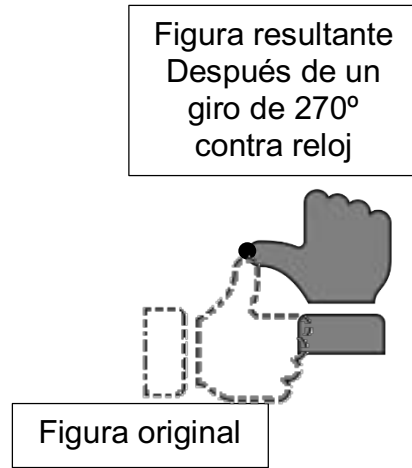
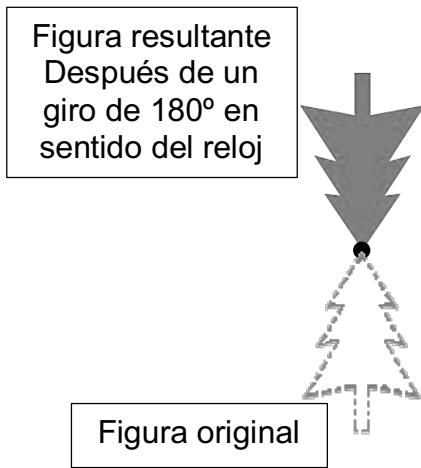
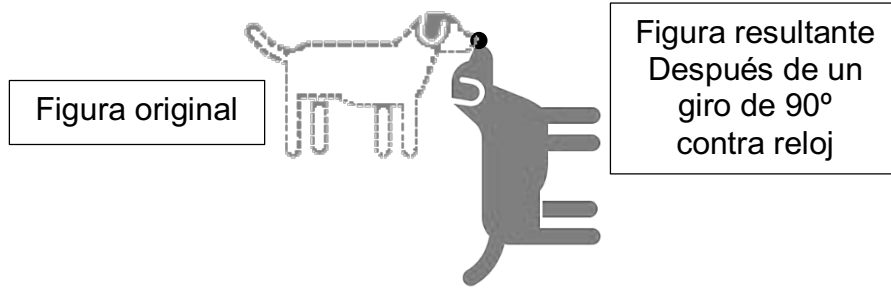
Una rotación es la transformación de cualquier punto o figura en el plano en otro punto o figura según un centro de rotación y un ángulo. La figura al momento de ser rotada no cambia de forma ni tamaño. La rotación puede ser en sentido del reloj o contra reloj.

En el sentido del reloj: Se refiere al movimiento siguiendo la dirección de las manecillas del reloj ↻.



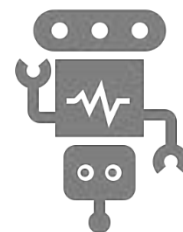
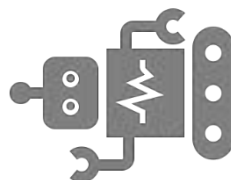
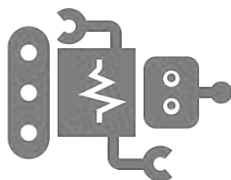
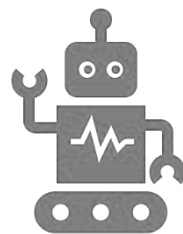
Contra reloj: Se refiere al movimiento en la dirección contraria a las manecillas del reloj ↻.





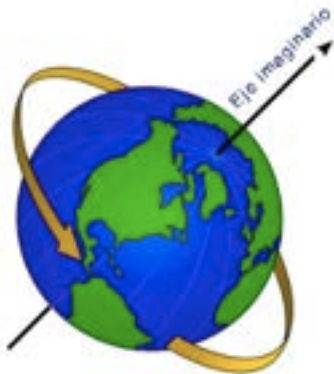
## **ACTIVIDAD 2**

Encierra las figuras que se podrían obtener solo rotando la siguiente figura.



RECONOCER EN EL ENTORNO FIGURAS 2D QUE ESTÁN ROTADAS

Como estudiamos anteriormente la rotación es el movimiento de una figura sin que cambie de forma y tamaño. Este tipo de movimientos los podemos observar en nuestro entorno cuando realizamos algunas actividades, por ejemplo:



Una de las rotaciones más conocidas de nuestro entorno es la rotación que realiza la Tierra sobre un eje imaginario generando el día y la noche.

Al momento de ajustar una tuerca con una llave o girar un tornillo con un atornillador, estamos observando rotación en base a un eje.



Cuando giramos el volante de un vehículo, realizamos una rotación sobre el centro de este.

**ACTIVIDAD 3**

Dibuja y describe una traslación que suceda en tu entorno.

ROTAR FIGURAS 2D, CALCANDO Y RECORTANDO LA FIGURA ORIGINAL Y PEGANDO LA FIGURA RESULTANTE. CONCLUIR ALGUNAS CARACTERÍSTICAS QUE PERMITAN ROTAR A TRAVÉS DE UN DIBUJO EN UNA CUADRÍCULA

---

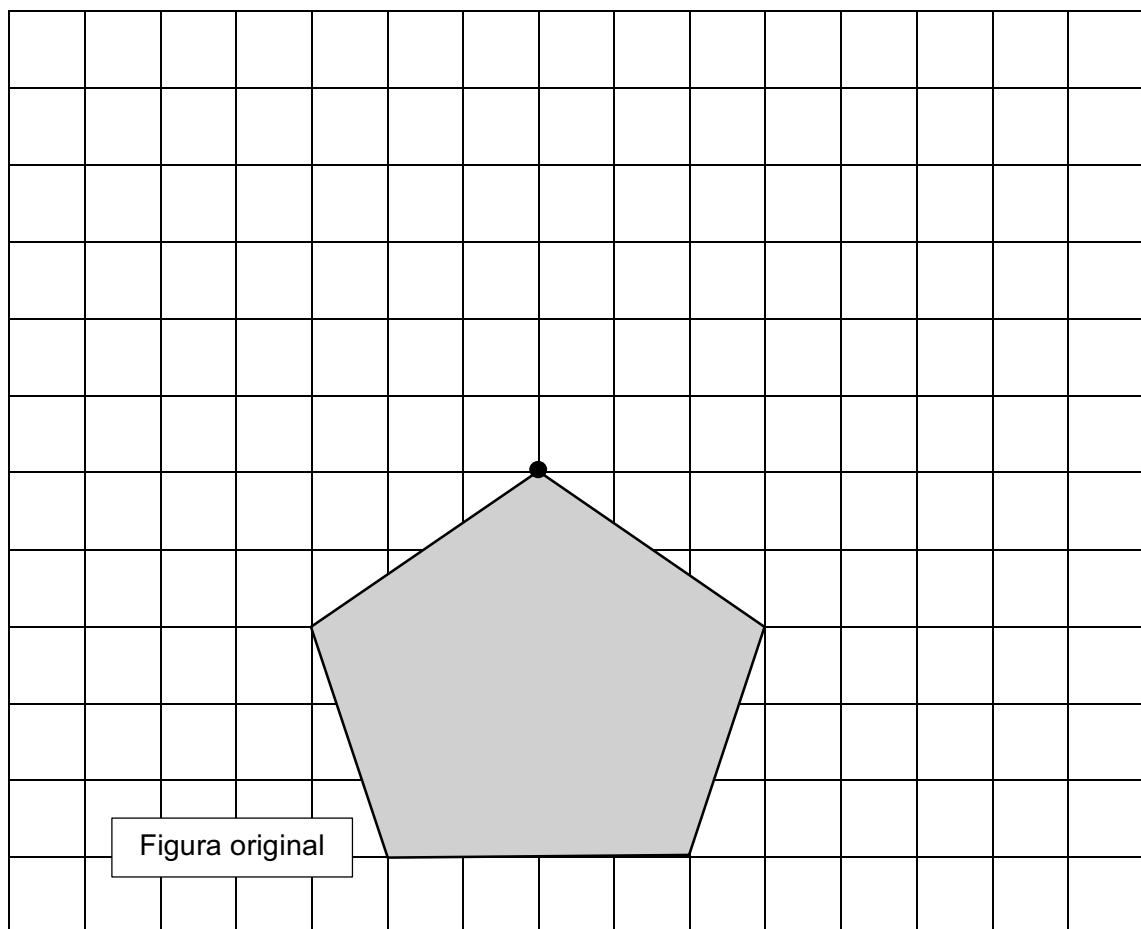
Ahora trabajaremos de manera práctica y para lograr completar esta sección necesitamos: papel lustre, tijera y pegamento.

Rotaremos la figura 2D, que se muestra a continuación, siguiendo los pasos.

Paso 1: calca el pentágono en el papel lustre.

Paso 2: recorta el pentágono.

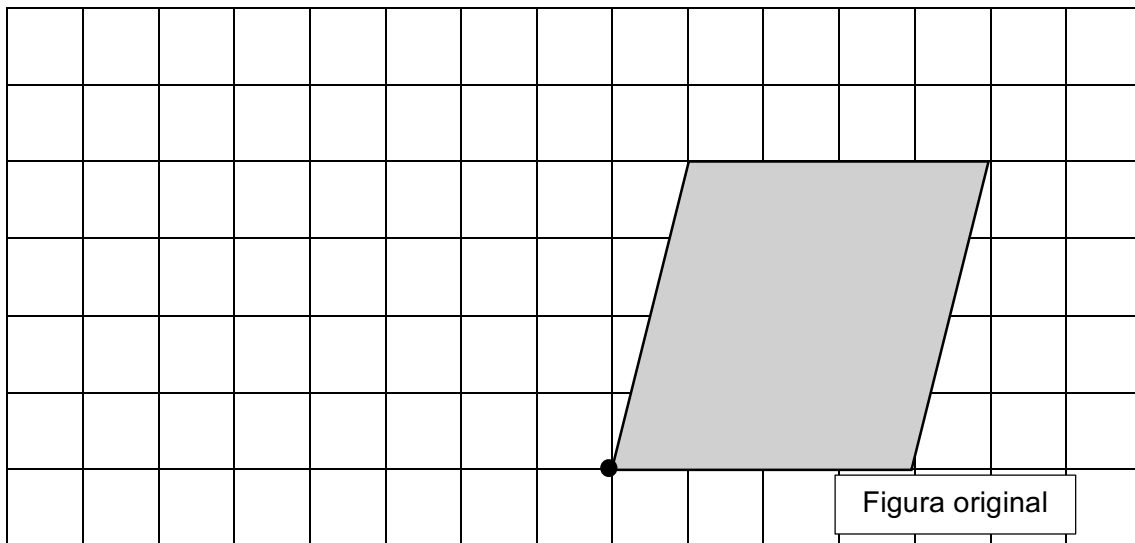
Paso 3: Realiza una rotación un giro de  $180^\circ$  en sentido del reloj sobre el punto que se indica, pega el pentágono resultante.



Podemos observar que la nueva figura es igual en tamaño y forma, ya que realizaste un calco de esta. Si no la calcamos podría resultarnos una figura ampliada o reducida a la original, esto afectaría a la condición inicial de la rotación que es “no cambia de forma ni tamaño”.

A continuación, realizamos los pasos 1 y 2 anteriormente descritos, para rotar la siguiente figura 2D.

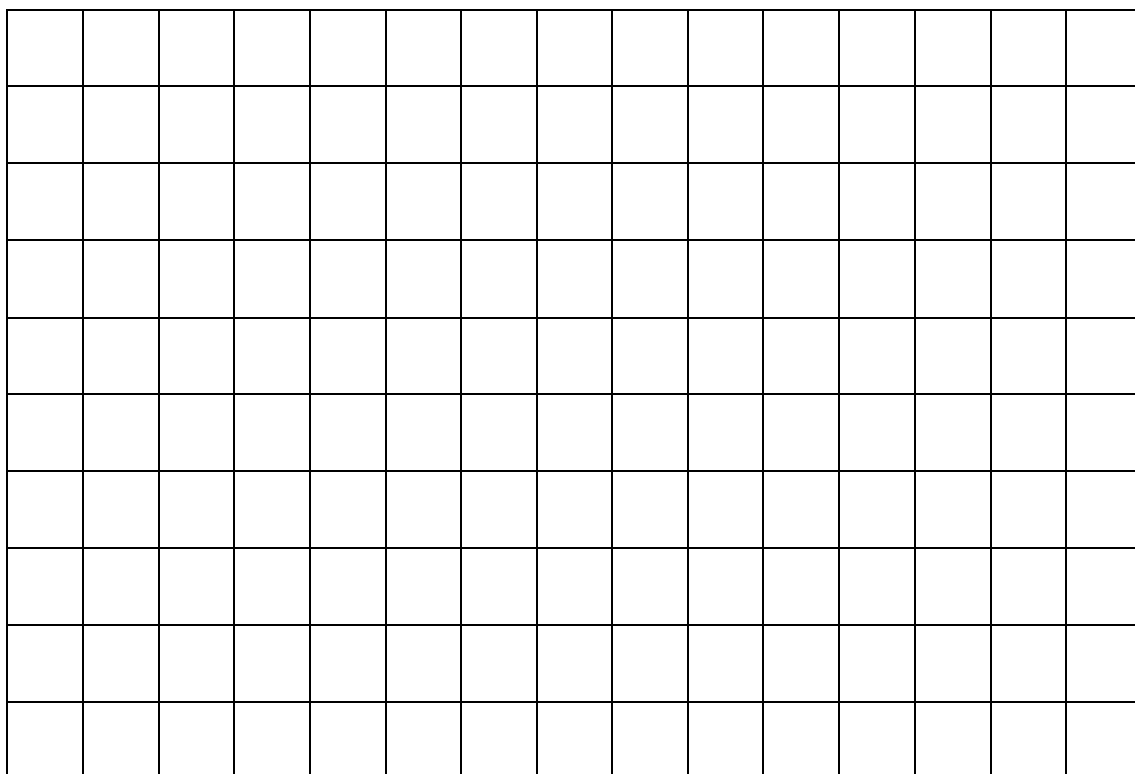
Paso 3: Realiza una rotación un giro de  $90^\circ$  en contra reloj sobre el punto que se indica, pega la figura resultante.



La figura resultante es una rotación de la figura original, no cambia de forma ni tamaño. Sólo fue rotada  $90^\circ$  en contra reloj sobre un vértice del cuadrilátero.

**ACTIVIDAD 4**

En la siguiente cuadrícula dibuja una figura 2D, luego cálcala, recórtala y pégala en la misma cuadrícula realizando una rotación. Finalmente, explica la rotación que realizaste y escribe conclusiones de tu figura original y resultante.

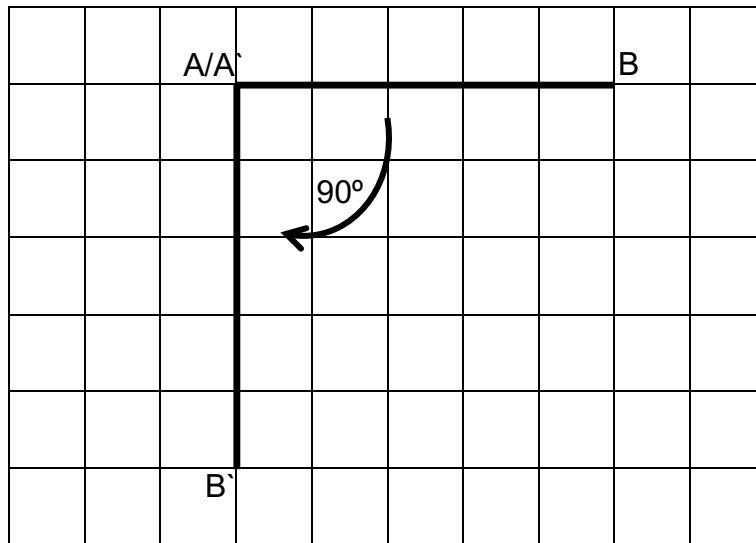


Conclusiones:

**ROTAR FIGURAS 2D EN CUADRÍCULAS**

En la sección anterior logramos realizar rotaciones, a través del calcado de la figura original. Ahora, trabajaremos la rotación de la figura original utilizando una cuadrícula.

Iniciemos rotando la línea AB 90° en sentido del reloj, entorno al punto fijo A.

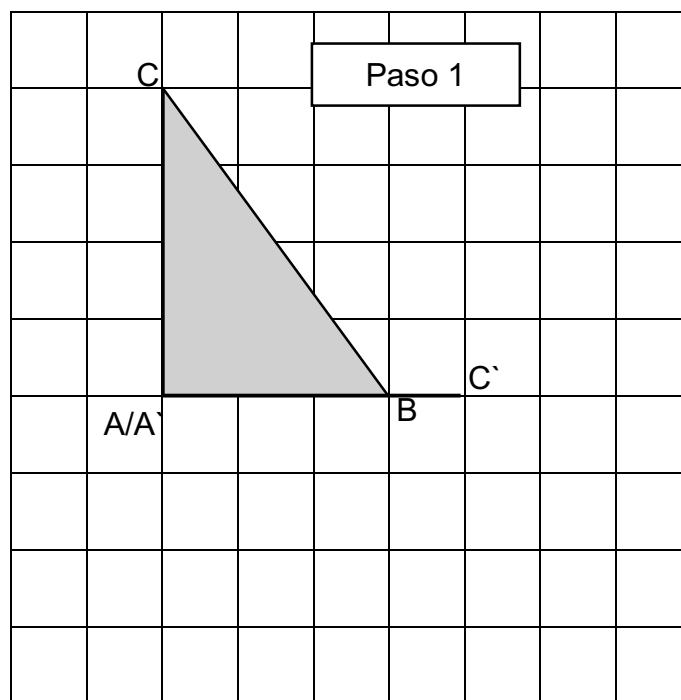


El punto fijo también se llama **centro de rotación** y su posición no cambia, por lo tanto, el punto A y A' son el mismo.

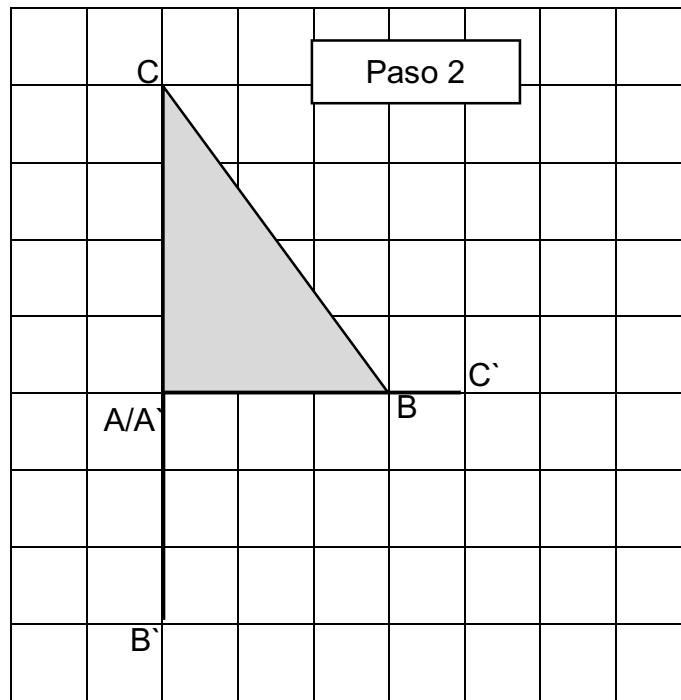
Tomando el punto A como el centro de la rotación, giramos la línea AB en 90° en sentido del reloj.

AB mide 5 cm y A'B' mide 5 cm. AB y A'B' son iguales.

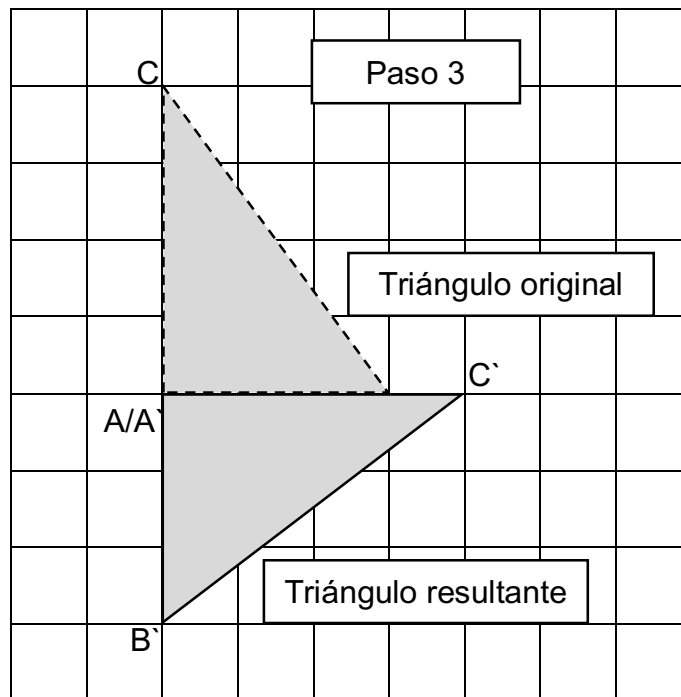
Ahora, rotemos el triángulo ABC 90° en sentido del reloj.



Paso 1: el centro de rotación será el punto A, este punto no se mueve. Por lo tanto, A y A' coinciden en el mismo punto. Rotamos el lado AC 90° en sentido del reloj y obtenemos el lado A'C'.



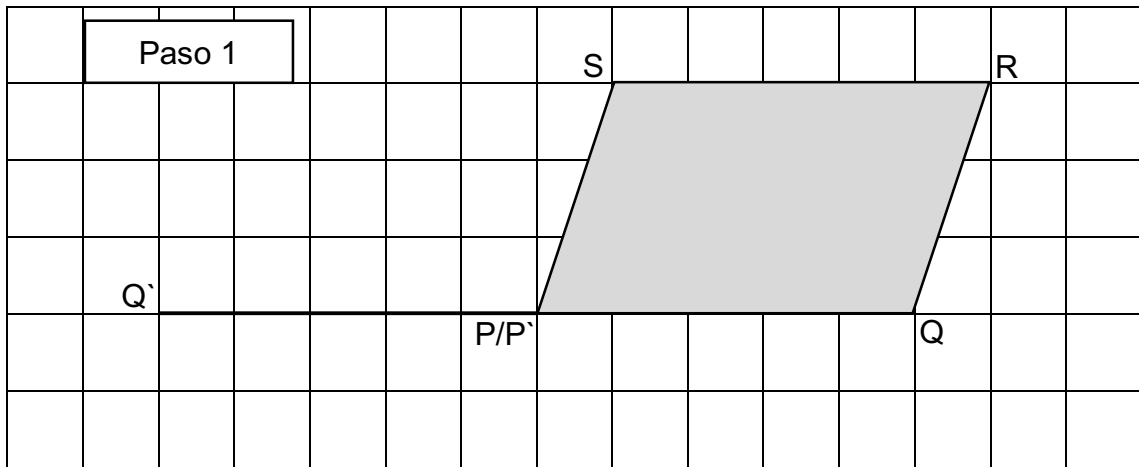
Paso 2: Rotamos el lado AB  $90^\circ$  en sentido del reloj y obtenemos el lado A'B'.



Paso 3: unimos B' y C' para obtener el lado B'C'.  
Así obtenemos la rotación del triángulo ABC  $90^\circ$  en sentido del reloj.  
El triángulo resultante A'B'C' y tiene la misma forma y tamaño del triángulo original ABC

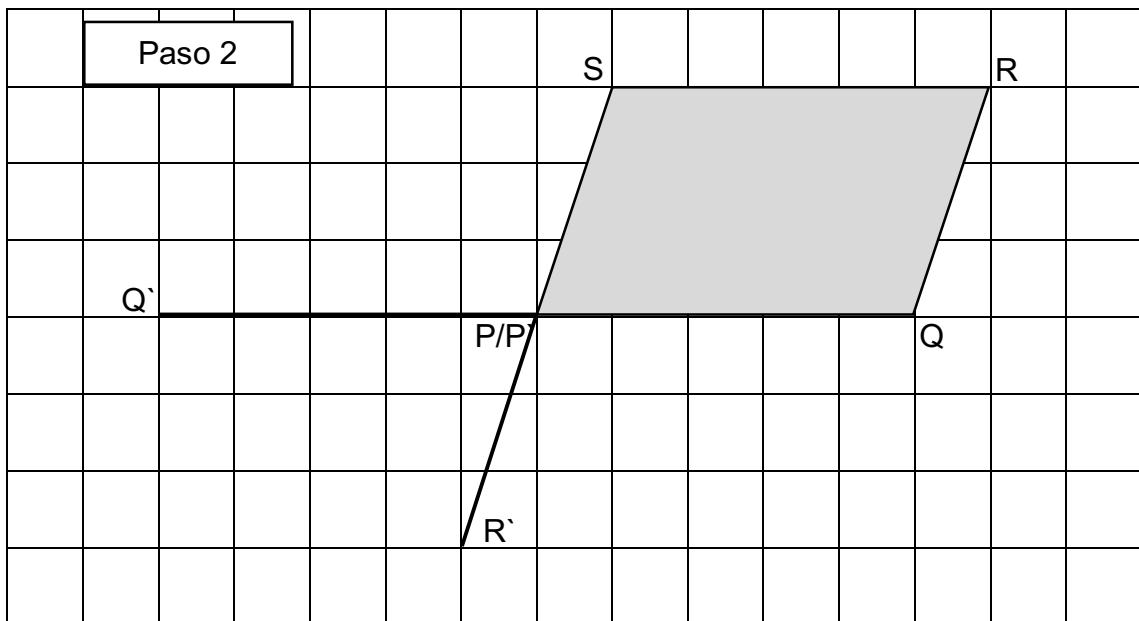


Rotemos el siguiente cuadrilátero PQRS 180° contra reloj con centro de rotación en P.

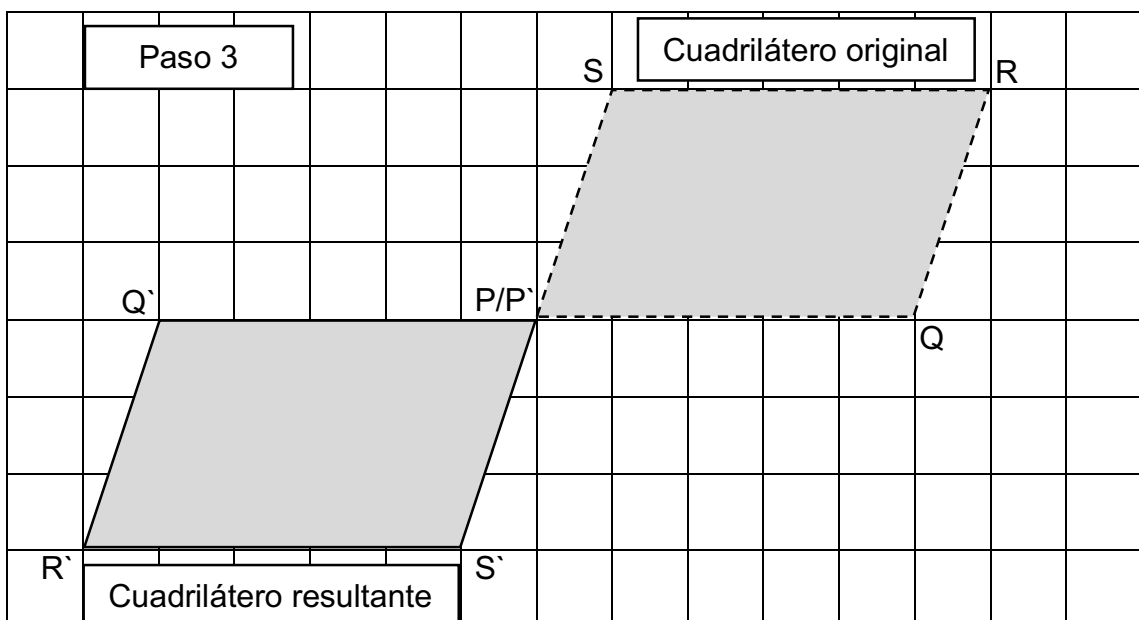


Paso 1: el centro de rotación será el punto P, este punto no se mueve. Por lo tanto, P y P' coinciden en el mismo punto.

Rotamos el lado PQ 180° contra reloj y obtenemos el lado P'Q'.



Paso 2: Rotamos el lado PS 180° contra reloj y obtenemos el lado P'S'.



Paso 3: RS mide 5 cm, por lo tanto, dibujamos una línea de 5 cm desde S` hacia la izquierda para obtener el lado S`R`.

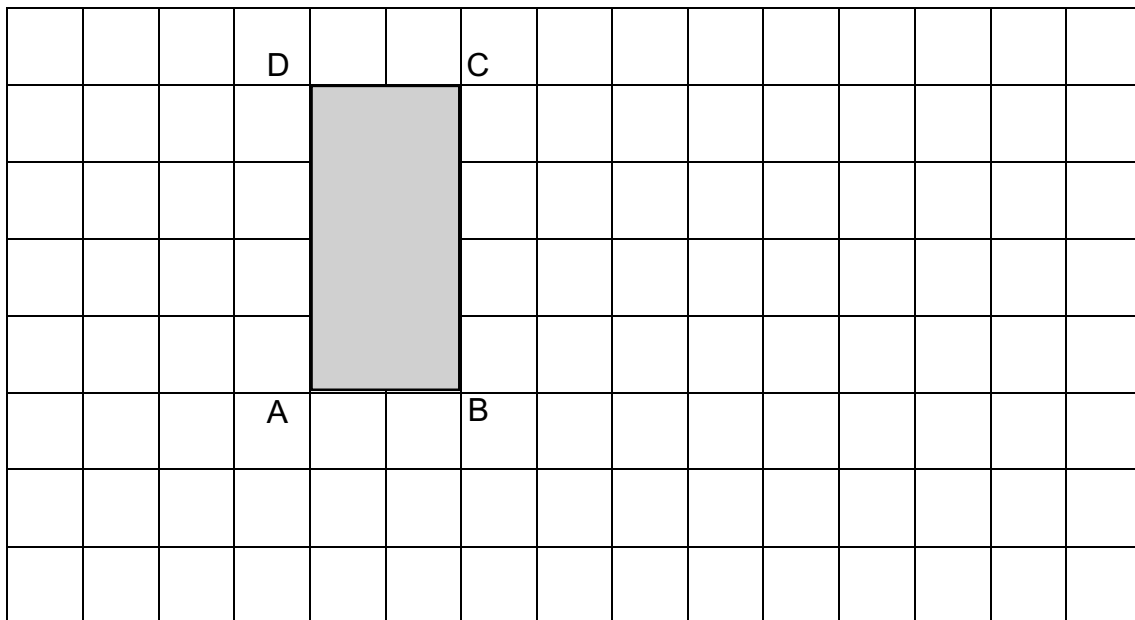
Finalmente, unimos R` y Q` para formar el lado R`Q`.

Así obtenemos la rotación del cuadrilátero PQRS 180° contra reloj.

El cuadrilátero resultante P`Q`R`S` y tiene la misma forma y tamaño del cuadrilátero original PQRS

**ACTIVIDAD 5**

Rotar el rectángulo ABCD 90° en sentido del reloj. El centro de rotación es B. Luego, responde las preguntas planteadas.



Los vértices del rectángulo original son: \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_ y \_\_\_\_.

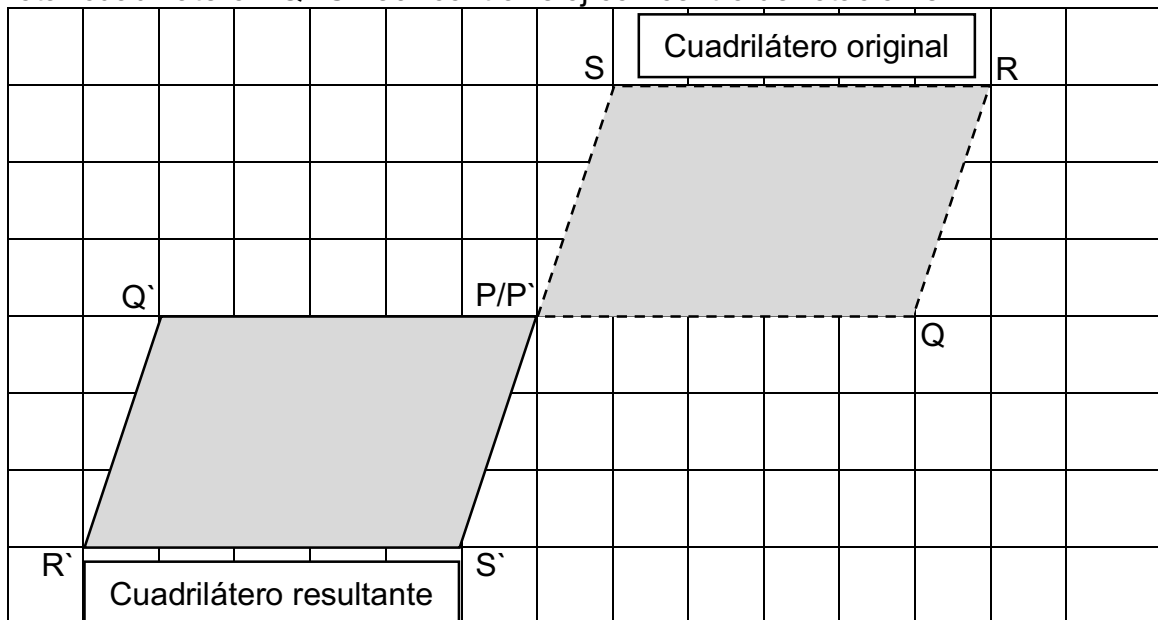
Los vértices del rectángulo resultante son \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_ y \_\_\_\_.

El cuadrilátero resultante es \_\_\_\_\_ y tiene la misma \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_ del cuadrilátero original \_\_\_\_\_.

**ANALIZAR LAS FIGURAS LUEGO DE ROTAR FIGURAS 2D.**

Retomemos una de las figuras rotadas anteriormente para analizar algunos datos.

Rotar cuadrilátero PQRS 180° contra reloj con centro de rotación en P.



Midamos la longitud cada **lado del cuadrilátero PQRS** con una regla.

- El lado PQ mide 5 cm.
- El lado QR mide 3,3 cm.
- El lado RS mide 5 cm.
- El lado SP mide 3,3 cm.

Ahora, midamos cada **lado del cuadrilátero P'Q'R'S'** con una regla.

- El lado P'Q' mide 5 cm.
- El lado Q'R' mide 3,3 cm.
- El lado R'S' mide 5 cm.
- El lado S'P' mide 3,3 cm.

De acuerdo con lo anterior, la medida de los lados correspondientes del cuadrilátero PQRS y el cuadrilátero P'Q'R'S' es la misma.

Midamos los **ángulos interiores del cuadrilátero PQRS** con un transportador.

- El  $\sphericalangle$ SPQ = 70°
- El  $\sphericalangle$ PQR = 110°
- El  $\sphericalangle$ QRS = 70°
- El  $\sphericalangle$ RSP = 110°

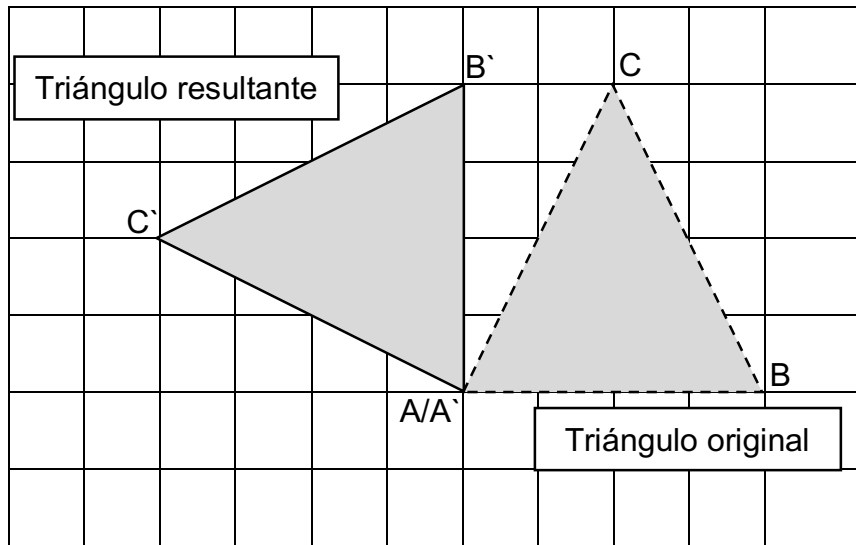
A continuación, **midamos los ángulos interiores del cuadrilátero P'Q'R'S'** con un transportador.

- El  $\sphericalangle$ S'P'Q' = 70°
- El  $\sphericalangle$ P'Q'R' = 110°
- El  $\sphericalangle$ Q'R'S' = 70°
- El  $\sphericalangle$ R'S'P' = 110°

De acuerdo a lo anterior, la medida de los ángulos correspondientes del cuadrilátero PQRS y el cuadrilátero P'Q'R'S' son iguales.

**ACTIVIDAD 6**

El triángulo ABC fue rotado 90° contra reloj resultando el triángulo A`B`C`.  
 Mide los lados con una regla y ángulos interiores con un transportador y completa la información a continuación:



**Longitud de los lados del triángulo ABC.**

Lado AB = \_\_\_\_\_.  
 Lado BC = \_\_\_\_\_.  
 Lado CA = \_\_\_\_\_.

**Longitud de los lados del triángulo A`B`C`.**

Lado A`B` = \_\_\_\_\_.  
 Lado B`C` = \_\_\_\_\_.  
 Lado C`A` = \_\_\_\_\_.

De acuerdo a lo anterior, la medida de los lados correspondientes del triángulo ABC y A`B`C` \_\_\_\_\_

**Ángulos interiores del triángulo ABC.**

$\sphericalangle$ CAB = \_\_\_\_\_.  
 $\sphericalangle$ ABC = \_\_\_\_\_.  
 $\sphericalangle$ BCA = \_\_\_\_\_.

**Ángulos interiores del triángulo A`B`C`.**

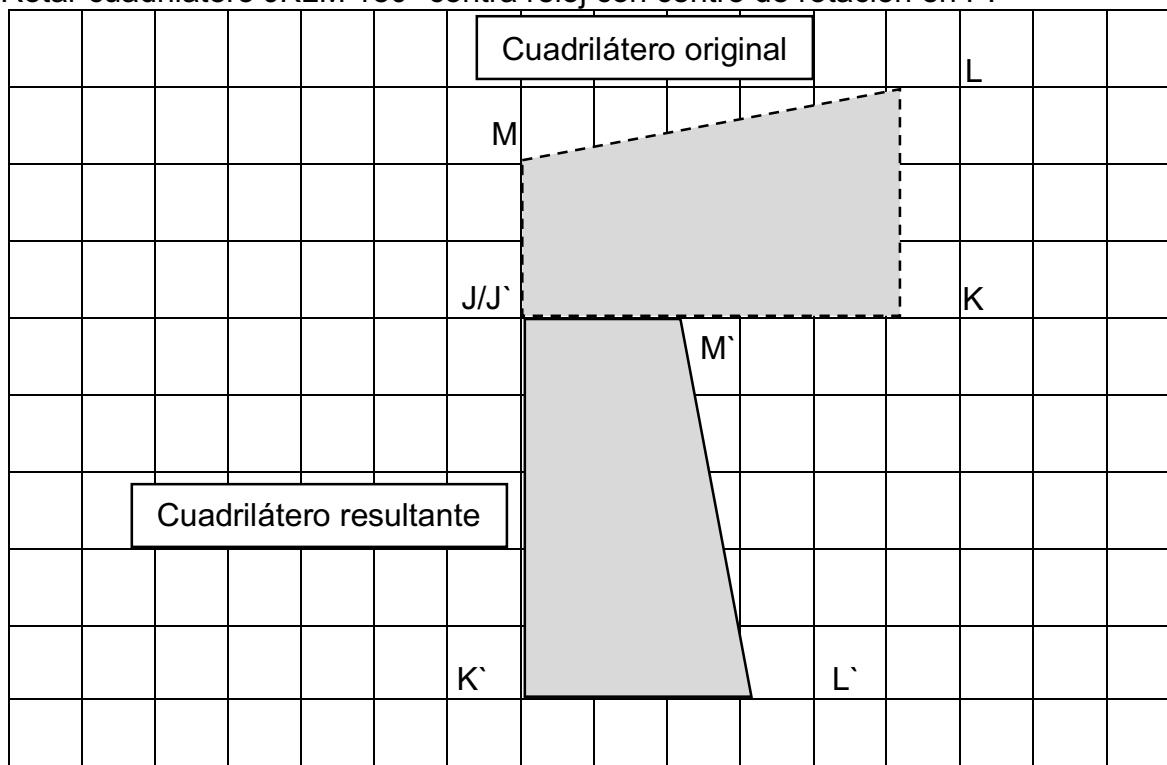
$\sphericalangle$ C`A`B` = \_\_\_\_\_.  
 $\sphericalangle$ A`B`C` = \_\_\_\_\_.  
 $\sphericalangle$ B`C`A` = \_\_\_\_\_.

De acuerdo a lo anterior, la medida de los ángulos correspondientes del triángulo ABC y A`B`C` \_\_\_\_\_

## CONCLUIR QUE LAS FIGURAS (ORIGINAL CON RESULTANTE) SON CONGRUENTES

Anteriormente, analizamos la figura original y la resultante después de aplicar una rotación. Midiendo los lados y ángulos de ambas figuras, logramos comprobar que los lados y ángulos correspondientes son iguales en medida.

Rotar cuadrilátero JKLM 180° contra reloj con centro de rotación en P.



El lado JK tiene la misma longitud de  $J'K'$   
 El lado KL tiene la misma longitud de  $K'L'$   
 El lado LM tiene la misma longitud de  $L'M'$   
 El lado MJ tiene la misma longitud de  $M'J'$

El  $\sphericalangle MJK = \sphericalangle M'J'K'$   
 El  $\sphericalangle JKL = \sphericalangle J'K'L'$   
 El  $\sphericalangle KLM = \sphericalangle K'L'M'$   
 El  $\sphericalangle LMJ = \sphericalangle L'M'J'$

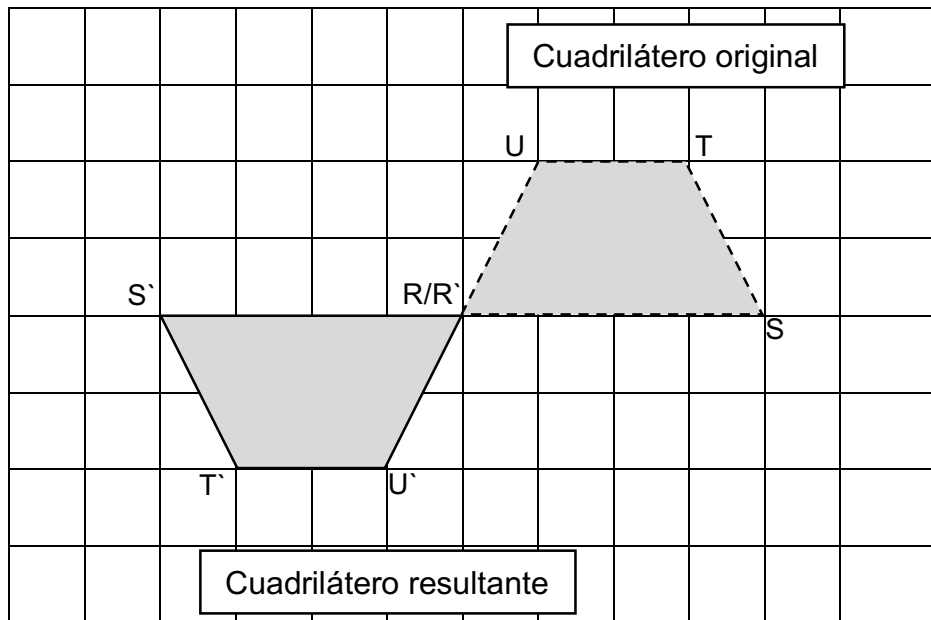
Podemos concluir:

- Las longitudes de los lados de una figura son las mismas después de una rotación.
- Los ángulos son los mismos después de una rotación.
- La figura  $J'K'L'M'$  es un cuadrilátero.
- La figura JKLM y la figura  $J'K'L'M'$  son congruentes.

Cuando realizamos una rotación no se modifican ni los lados ni los ángulos de la figura. Puesto que la figura original y resultante tienen la misma forma y tamaño, por lo tanto, estas figuras son **congruentes**.

**ACTIVIDAD 7**

El cuadrilátero RSTU rotó 180° en sentido del reloj.  
 Completa la información pedida a continuación:



El lado RS = lado \_\_\_\_\_  
 El lado \_\_\_\_\_ = lado S`T`  
 El lado TU = lado \_\_\_\_\_  
 El lado \_\_\_\_\_ = lado \_\_\_\_\_

El  $\sphericalangle$  \_\_\_\_\_ =  $\sphericalangle$  R`S`T`  
 El  $\sphericalangle$  STU =  $\sphericalangle$  \_\_\_\_\_  
 El  $\sphericalangle$  \_\_\_\_\_ =  $\sphericalangle$  T`U`R`  
 El  $\sphericalangle$  \_\_\_\_\_ =  $\sphericalangle$  \_\_\_\_\_

¿La rotación cambio la medida de los lados del cuadrilátero? \_\_\_\_\_

¿La rotación cambio la medida de los ángulos del cuadrilátero? \_\_\_\_\_

¿La figura RSTU y R`S`T`U` son congruentes? Justifica.

---

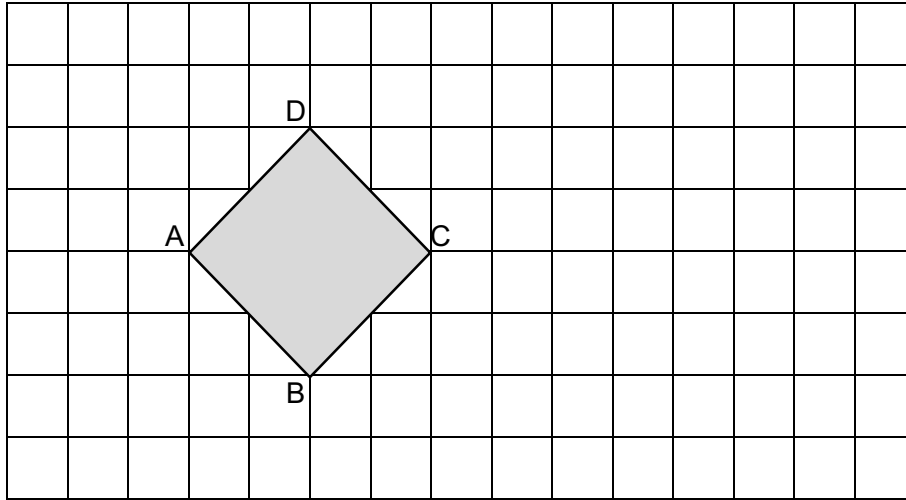


---

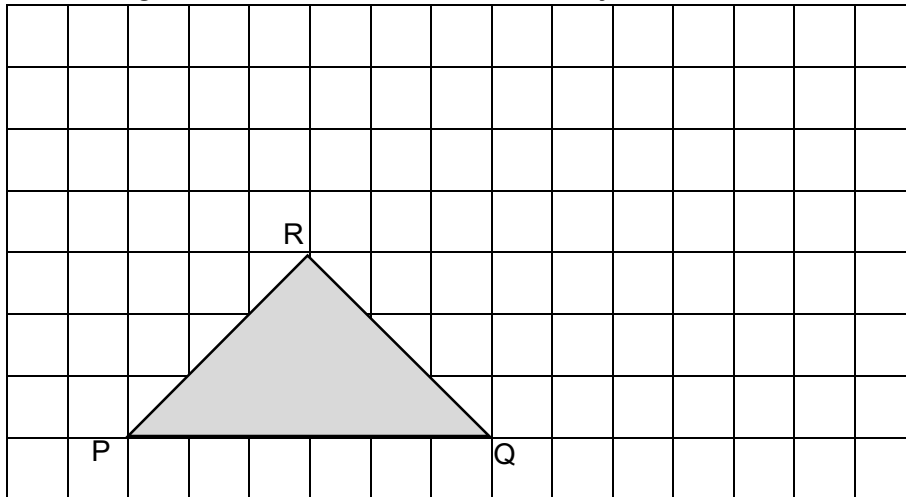
**Práctica**

1. Rota las figuras según las indicaciones dadas.

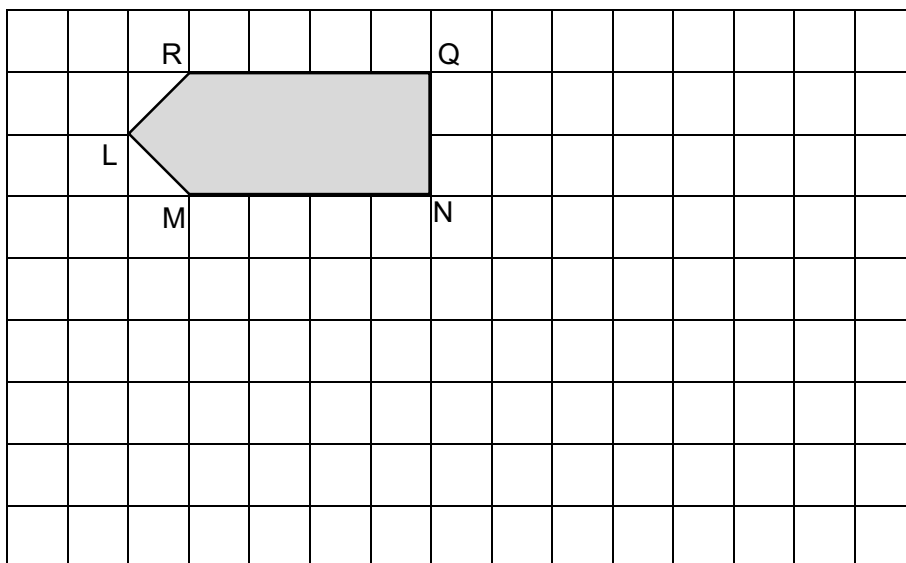
a) Rota el cuadrilátero ABCD  $180^\circ$  contra reloj con centro de rotación en C.



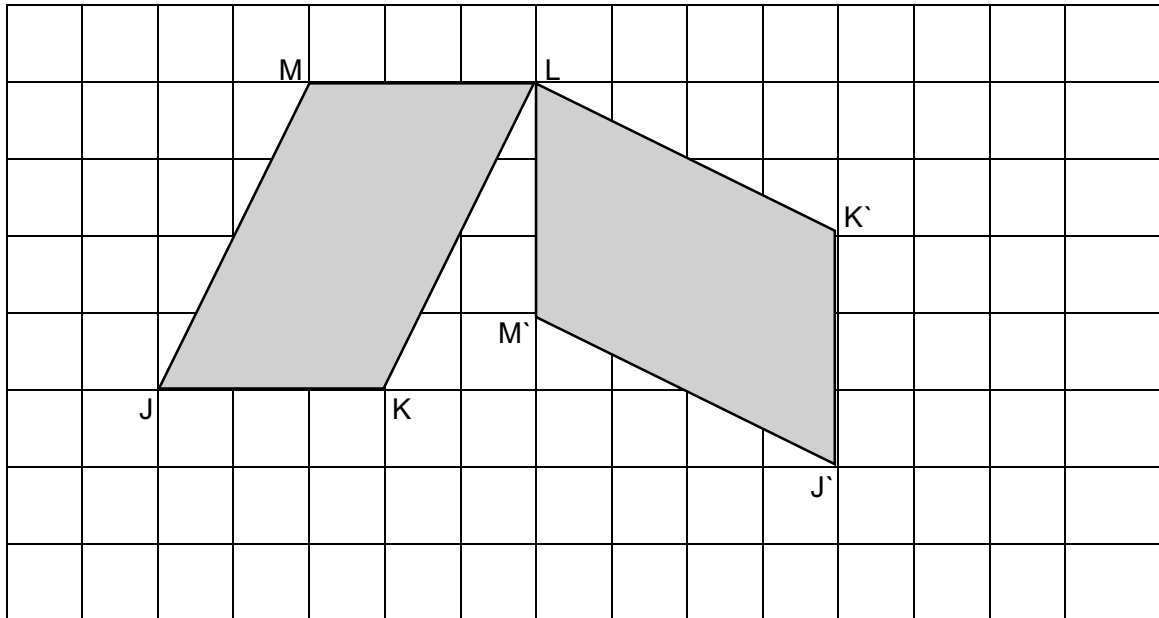
b) Rota el triángulo PQR  $90^\circ$  en sentido del reloj con centro de rotación Q.



c) Rota el pentágono LMNQR  $270^\circ$  en sentido del reloj con centro de rotación en N.



2. El cuadrilátero JKLM está rotado 90° contra reloj con centro de rotación en L.  
 Mide los lados con una regla y ángulos interiores con un transportador. Luego, completa la información solicitada.



**Longitud de los lados del cuadrilátero JKLM y del cuadrilátero J`K`L`M`.**

Lado LM = \_\_\_\_\_.

Lado L`M` = \_\_\_\_\_.

Lado MJ = \_\_\_\_\_.

Lado M`J` = \_\_\_\_\_.

Lado JK = \_\_\_\_\_.

Lado J`K` = \_\_\_\_\_.

Lado KL = \_\_\_\_\_.

Lado K`L` = \_\_\_\_\_.

**Ángulos interiores del cuadrilátero JKLM y del cuadrilátero J`K`L`M`.**

$\sphericalangle$ KLM = \_\_\_\_\_.

$\sphericalangle$ K`L`M` = \_\_\_\_\_.

$\sphericalangle$ LMJ = \_\_\_\_\_.

$\sphericalangle$ L`M`J` = \_\_\_\_\_.

$\sphericalangle$ MJK = \_\_\_\_\_.

$\sphericalangle$ M`J`K` = \_\_\_\_\_.

$\sphericalangle$ JKL = \_\_\_\_\_.

$\sphericalangle$ J`K`L` = \_\_\_\_\_.

Conclusiones.

Las longitudes de los lados de una figura son \_\_\_\_\_ después de una rotación.

Los ángulos son \_\_\_\_\_ después de una rotación.

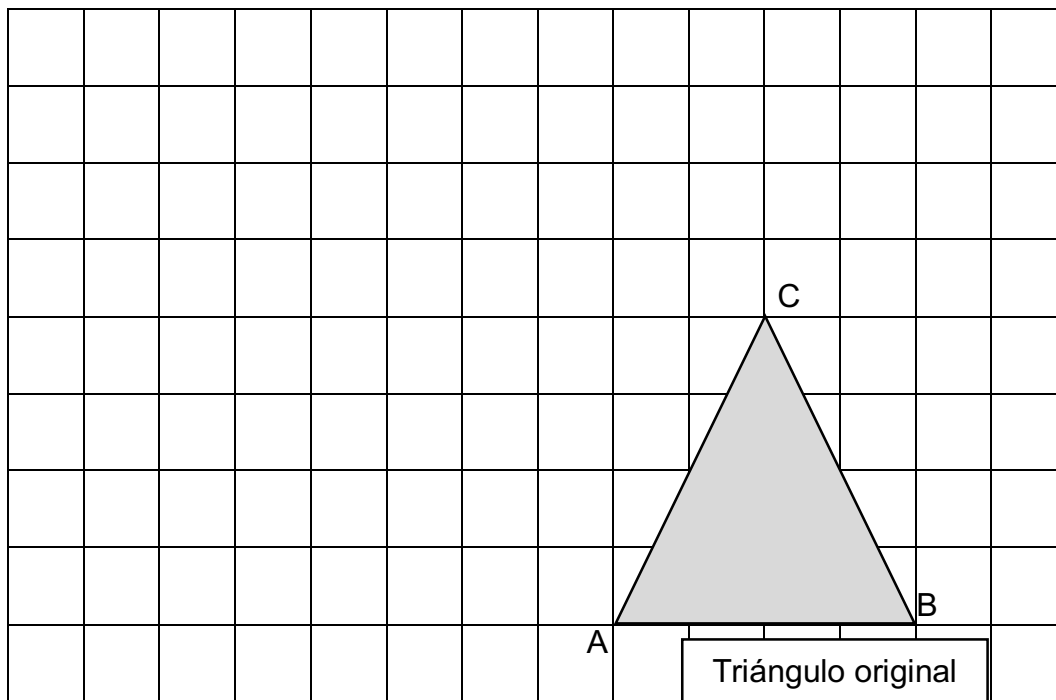
La figura J`K`L`M` es un \_\_\_\_\_.

La figura JKLM y la figura J`K`L`M` son \_\_\_\_\_.



**Desafío**

Rota el triángulo ABC  $90^\circ$  contra reloj con centro de rotación en A.  
Luego, rota la figura resultante  $90^\circ$  en sentido del reloj con centro en B`



## REFLEXIÓN

**OBJETIVO:** Reflejar figuras 2D utilizando diversas estrategias y reconocer las características que tienen las figuras originales con las resultantes.

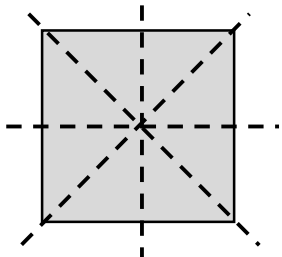
**¿Cómo podemos realizar una reflexión?**

### *Recordemos*

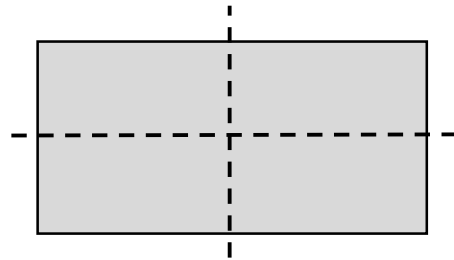
#### FIGURAS SIMÉTRICAS

Una figura es simétrica si tiene al menos un eje simetría. Este eje de simetría es una línea imaginaria que divide la figura en 2 partes de igual forma y tamaño. Si no es posible trazar una línea que divida la figura en 2 partes iguales, la figura es asimétrica.

Ejemplo con figuras geométricas.

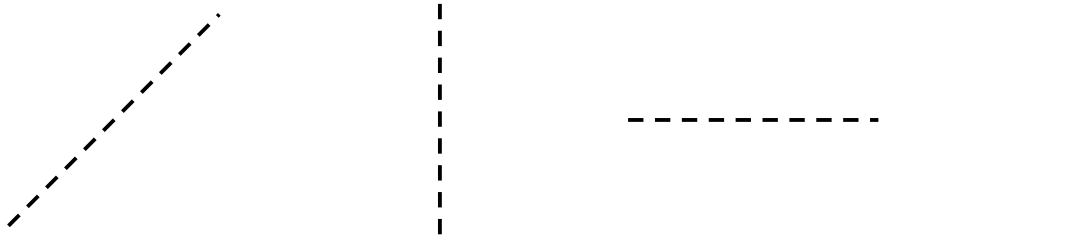


El cuadrado tiene 4 ejes de simetría

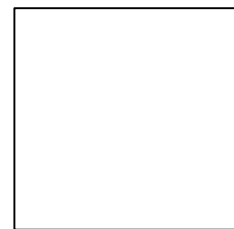
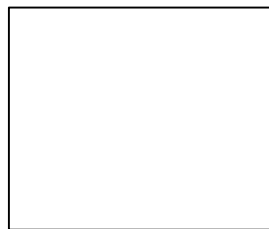
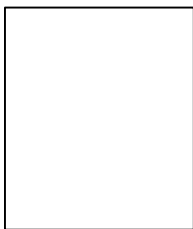


El rectángulo tiene 2 ejes de simetría

Muchas cosas a tu alrededor también tienen simetría.



Otras las podemos encontrar en la naturaleza.

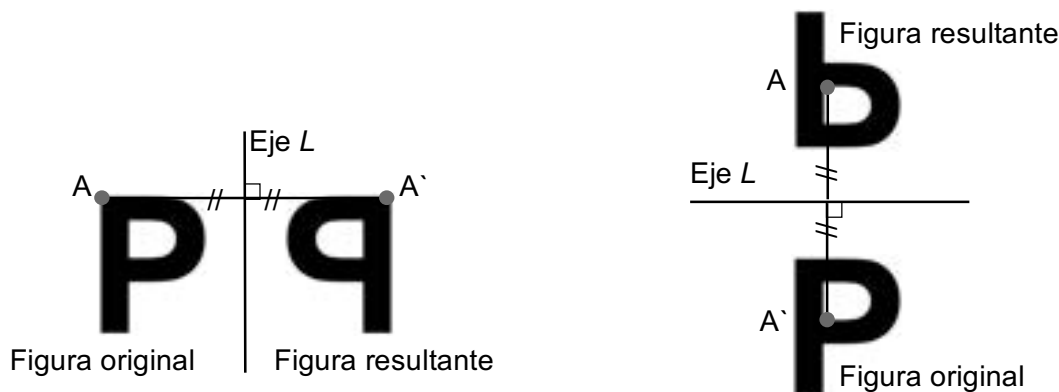


#### ACTIVIDAD 1

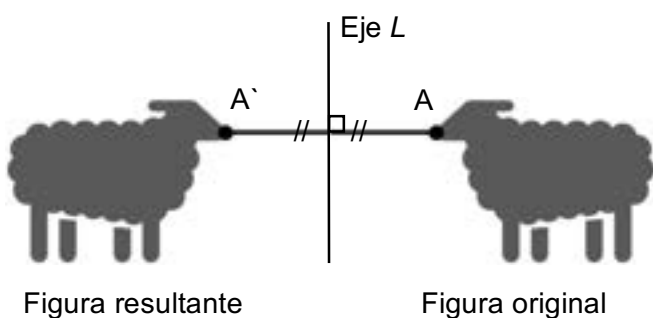
Encierra las figuras simétricas.

**REFLEXIÓN**

Una reflexión es una inversión de una figura en un plano con respecto a una línea, llamada línea de reflexión o eje de reflexión.



En la reflexión respecto del eje  $L$ , a cada punto  $A$  de la figura original le corresponde un punto  $A'$  de la figura resultante.  
 La distancia desde  $A$  al eje  $L$  es la misma que desde el eje  $L$  al punto  $A'$ .



Podemos observar que la figura de la oveja original hasta el eje  $L$  está a la misma distancia del eje  $L$  hasta la figura de la oveja resultante. Al momento de reflejar la oveja en el eje  $L$  la imagen resultante queda invertida.

**ACTIVIDAD 2**

Identifica qué figuras fueron reflejadas y justifica tu respuesta.

Figuras	Justificación
a)	
b)	
c)	

RECONOCER EN EL ENTORNO FIGURAS 2D QUE ESTÁN REFLEJADAS

Como estudiamos anteriormente cuando aplicamos una reflexión la figura no cambia de forma y ni tamaño. Podemos observar reflexiones en nuestro entorno, por ejemplo



En esta imagen tenemos una montaña que está reflejada en el agua. Vemos el efecto de montaña invertida en la parte inferior ¿Puedes identificar el eje de simetría?

Acá tenemos otro ejemplo del reflejo en la naturaleza. El efecto de espejo que tiene el agua nos posibilita tener este tiempo de reflexiones.



Cuando nos reflejamos en un espejo siempre estamos generando una reflexión nuestra imagen queda invertida.

**ACTIVIDAD 3**

Dibuja o describe una reflexión que suceda en tu entorno.

REFLEJAR FIGURAS 2D, CALCANDO Y RECORTANDO LA FIGURA ORIGINAL Y PEGANDO LA FIGURA RESULTANTE. CONCLUIR ALGUNAS CARACTERÍSTICAS QUE PERMITAN REFLEJAR A TRAVÉS DE UN DIBUJO EN UNA CUADRÍCULA

---

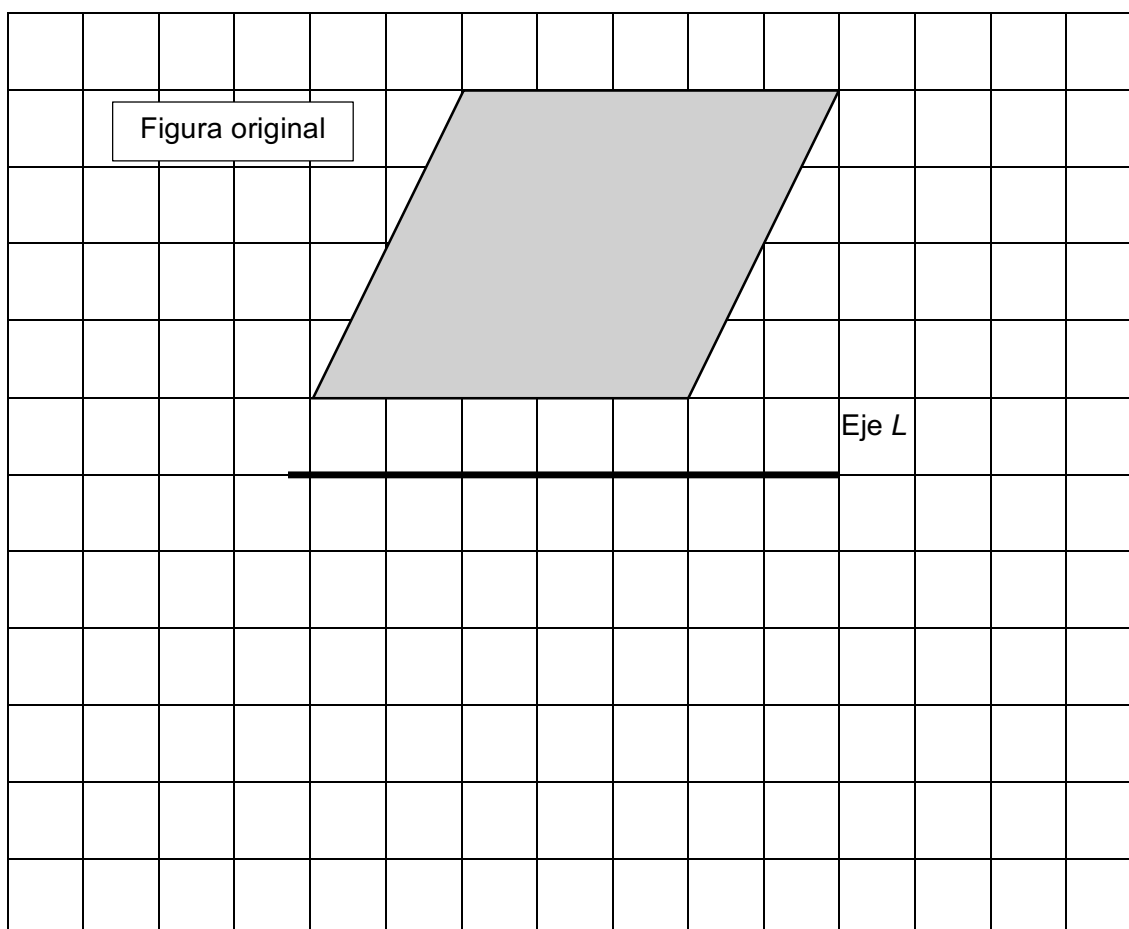
Ahora trabajaremos de manera práctica y para lograr completar esta sección necesitamos: papel lustre, tijera y pegamento.

Reflejemos la figura 2D, que se muestra a continuación, siguiendo los pasos.

Paso 1: calca el cuadrilátero en el papel lustre.

Paso 2: recorta el cuadrilátero.

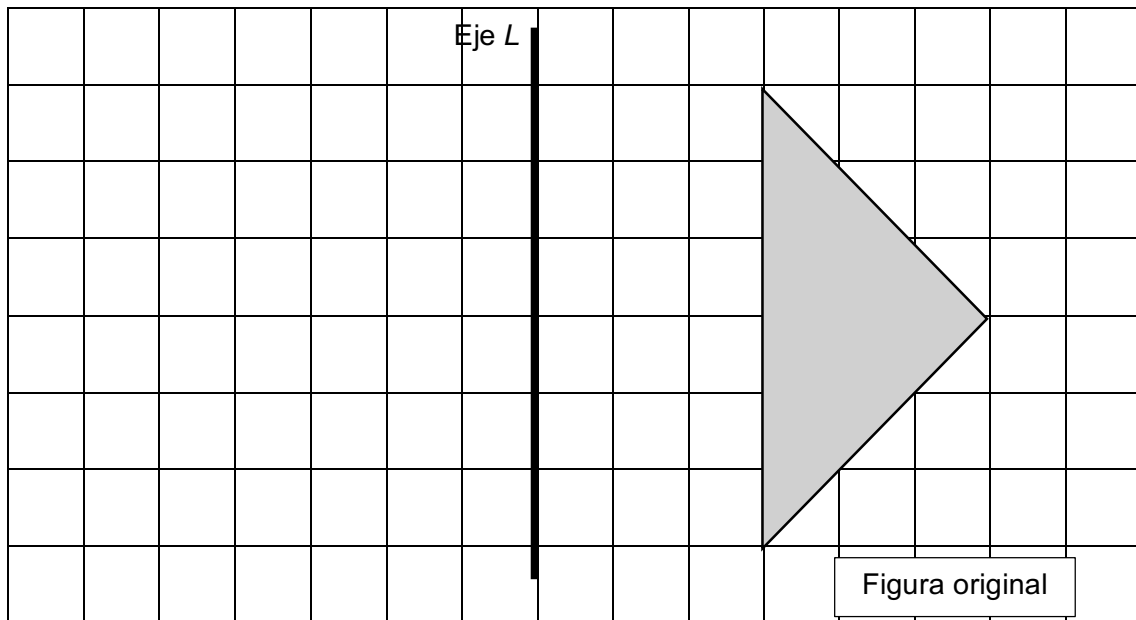
Paso 3: Invierte el cuadrilátero de manera que quede reflejado, pégalo a la misma distancia que se encuentra de la línea de simetría la figura original, así obtendremos la figura resultante reflejada.



Podemos observar que la nueva figura es igual en tamaño y forma, ya que realizaste un calco de esta. Si no la calcamos podría resultarnos una figura ampliada o reducida a la original, esto afectaría a la condición inicial de la reflexión que es "no cambia de forma ni tamaño".

A continuación, realizamos los pasos 1 y 2 anteriormente descritos, para reflejar la siguiente figura 2D.

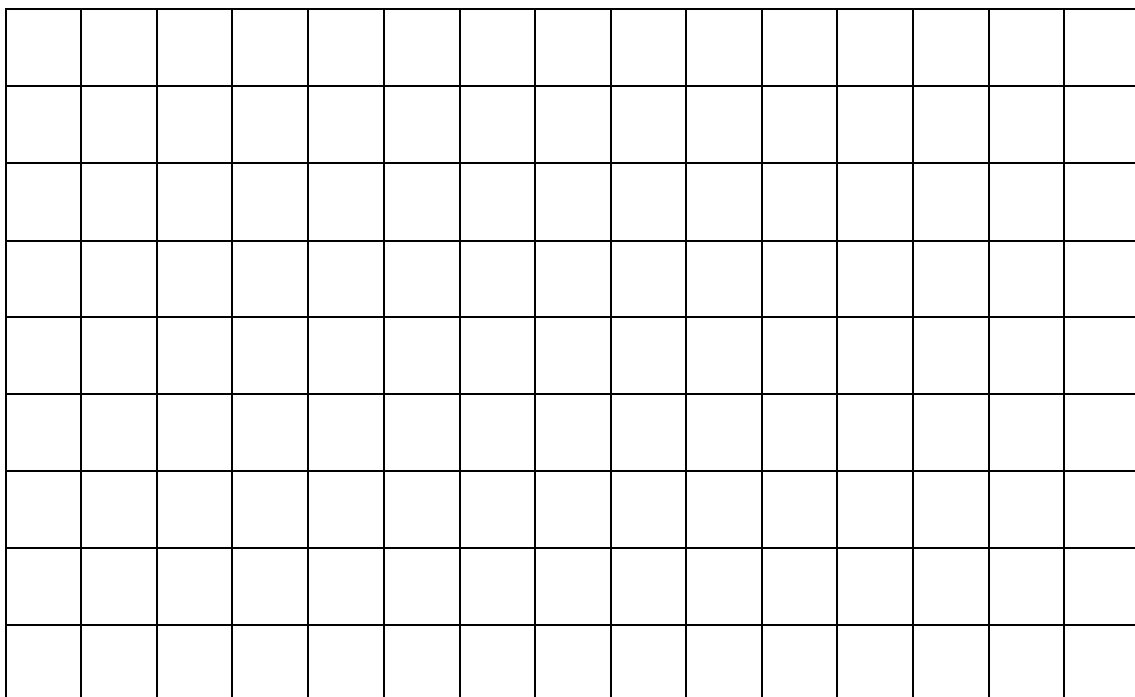
Paso 3: Realizar una reflexión del triángulo respecto del eje *L*, pega la figura resultante.



La figura resultante es una reflexión de la figura original, no cambia de forma ni tamaño. Cambia de orientación.

**ACTIVIDAD 4**

En la siguiente cuadrícula dibuja una figura 2D y una línea de reflexión. Luego, calca, recorta y pega la figura resultante en la misma cuadrícula realizando una reflexión respecto de tu línea de simetría. Finalmente, explica la reflexión que realizaste y escribe conclusiones de tu figura original y resultante.

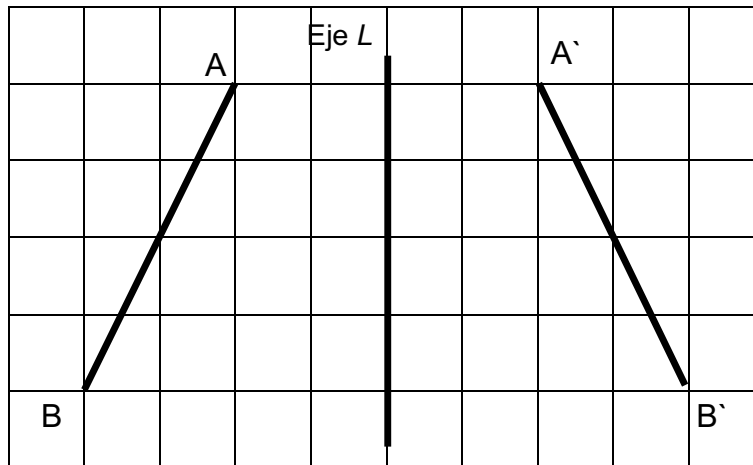


Conclusiones:

REFLEJAR FIGURAS 2D EN CUADRÍCULAS

Anteriormente logramos realizar reflexiones, a través del calcado de la figura original. Ahora, trabajaremos la reflexión de la figura original utilizando una cuadrícula.

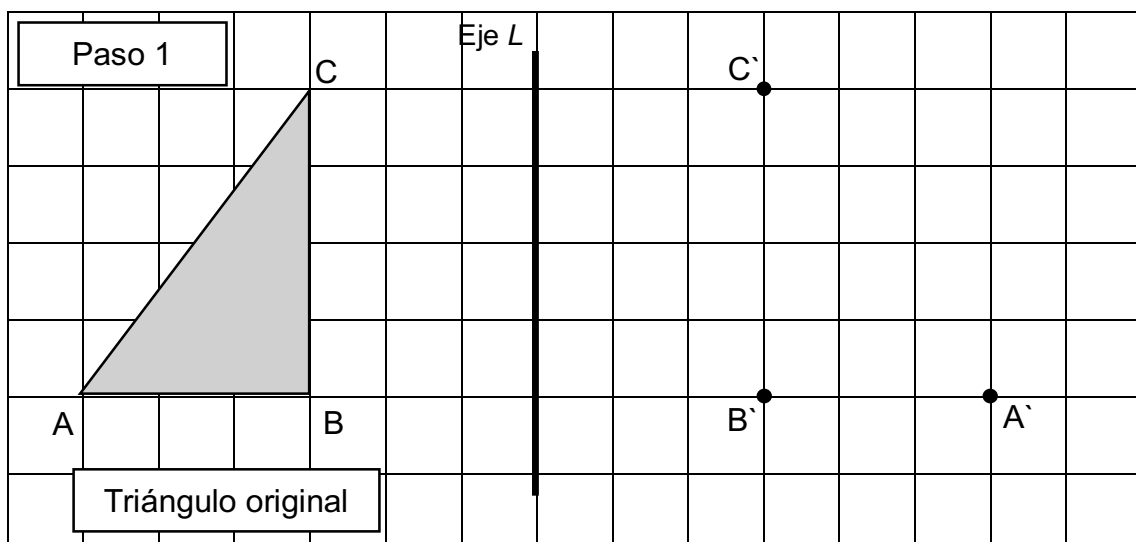
Iniciemos reflexión de la línea AB respecto del eje L



Para realizar reflexiones en cuadrículas tenemos que contar la distancia de cada punto o vértice de una figura hasta el eje de simetría, luego esa misma distancia contarla desde el eje de simetría al lado contrario.

- El punto A está a 2 unidades de distancia del eje de simetría.
- El punto A' está a 2 unidades de distancia desde el eje de simetría hacia la derecha.
- El punto B está a 4 unidades de distancia del eje de simetría.
- El punto B' está a 4 unidades de distancia desde el eje de simetría hacia la derecha.

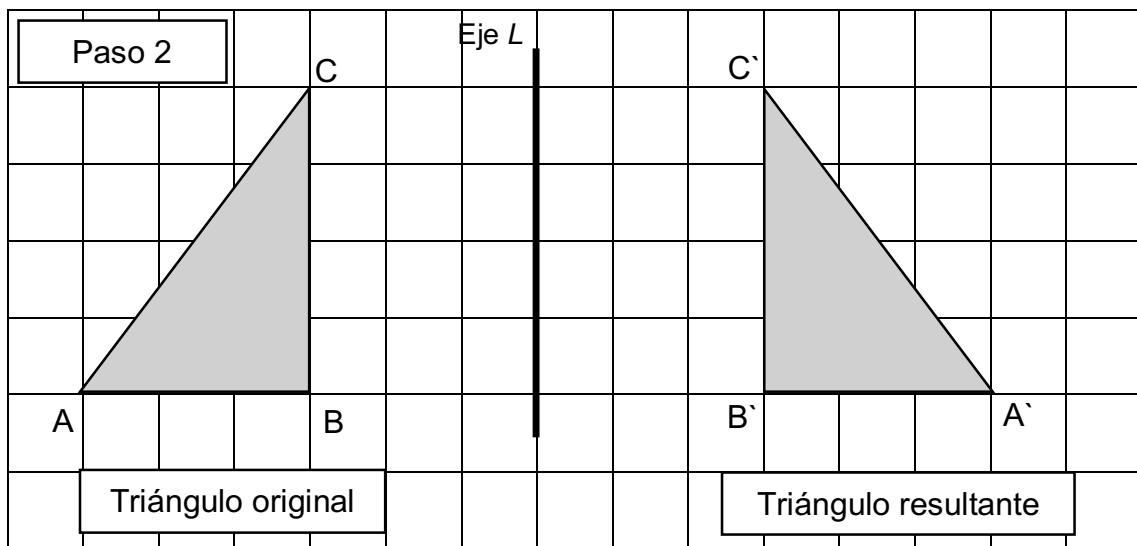
Ahora, reflejemos el triángulo ABC respecto al eje L.



Paso 1: reflejamos los vértices A, B y C respecto al Eje L.

- El vértice A está a 6 unidades de distancia del Eje L, por lo tanto, desde el Eje L hacia la derecha saltamos 6 unidades y marcamos el vértice A'

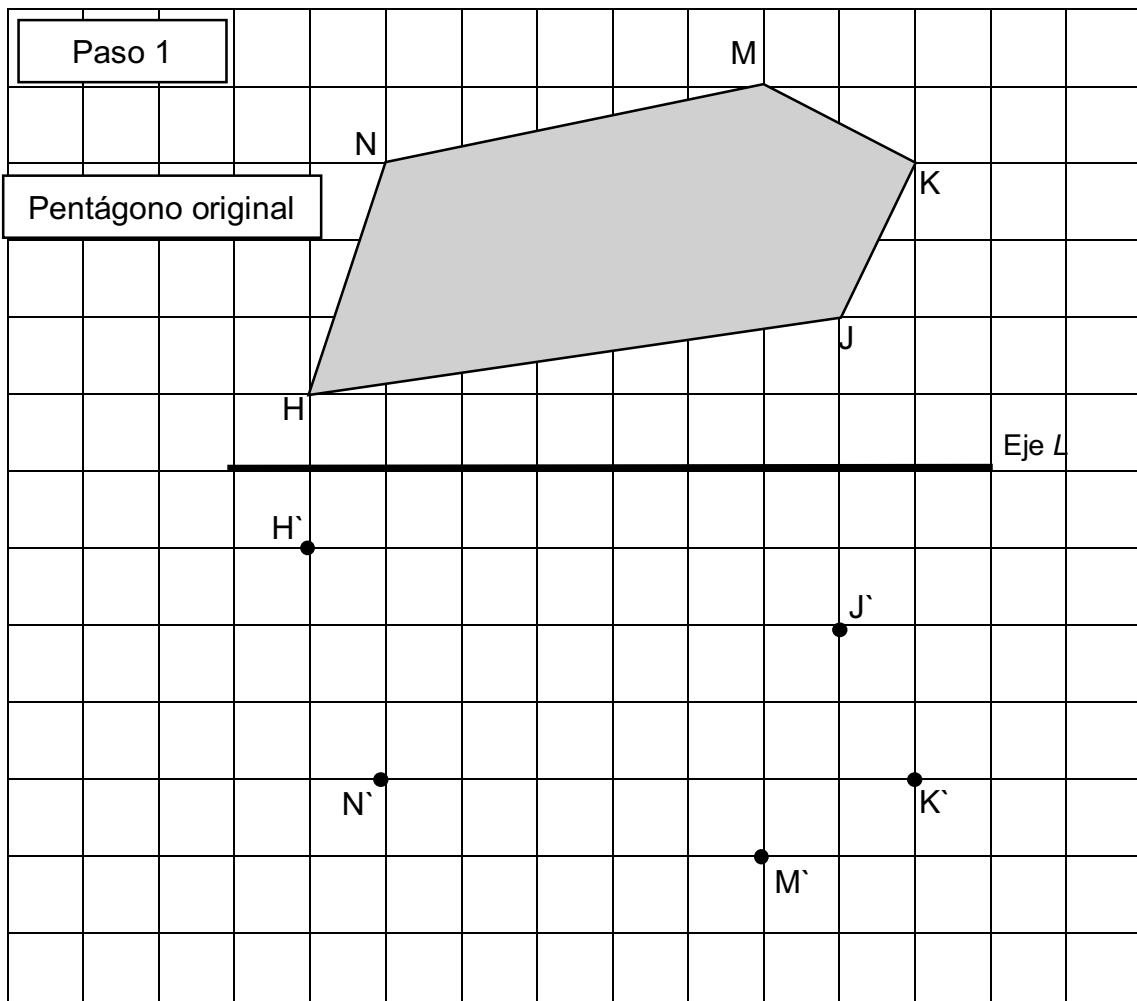
- El vértice B está a 3 unidades de distancia del Eje L, por lo tanto, desde el Eje L hacia la derecha saltamos 3 unidades y marcamos el vértice B'
- El vértice C está a 3 unidades de distancia del Eje L, por lo tanto, desde el Eje L hacia la derecha saltamos 3 unidades y marcamos el vértice C'



Paso 2: unimos los vértices A'B', luego B'C' y finalmente C'A' para formar el triángulo A'B'C'.

Así obtenemos la reflexión del triángulo ABC respecto del Eje L. El triángulo resultante A'B'C' y tiene la misma forma y tamaño del triángulo original ABC

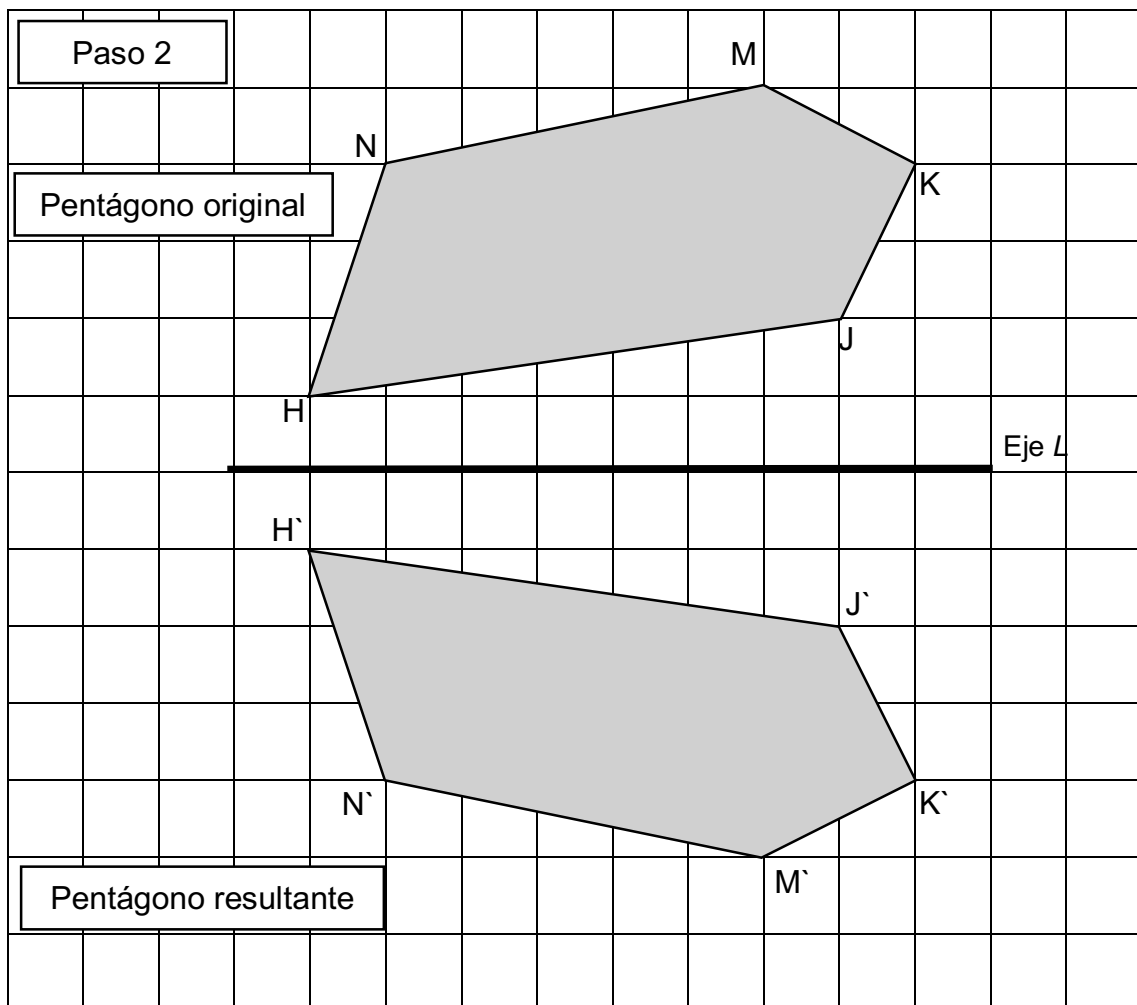
Reflejemos el siguiente pentágono HJKMN respecto del Eje L.





Paso 1: reflejamos los vértices H, J, K, M y N respecto al Eje L.

- El vértice H está a 1 unidad de distancia del Eje L, por lo tanto, desde el Eje L hacia abajo saltamos 1 unidad y marcamos el vértice H'.
- El vértice J está a 2 unidades de distancia del Eje L, por lo tanto, desde el Eje L hacia abajo saltamos 2 unidades y marcamos el vértice J'.
- El vértice K está a 4 unidades de distancia del Eje L, por lo tanto, desde el Eje L hacia abajo saltamos 4 unidades y marcamos el vértice K'.
- El vértice M está a 5 unidades de distancia del Eje L, por lo tanto, desde el Eje L hacia abajo saltamos 5 unidades y marcamos el vértice M'.
- El vértice N está a 4 unidades de distancia del Eje L, por lo tanto, desde el Eje L hacia abajo saltamos 4 unidades y marcamos el vértice N'.

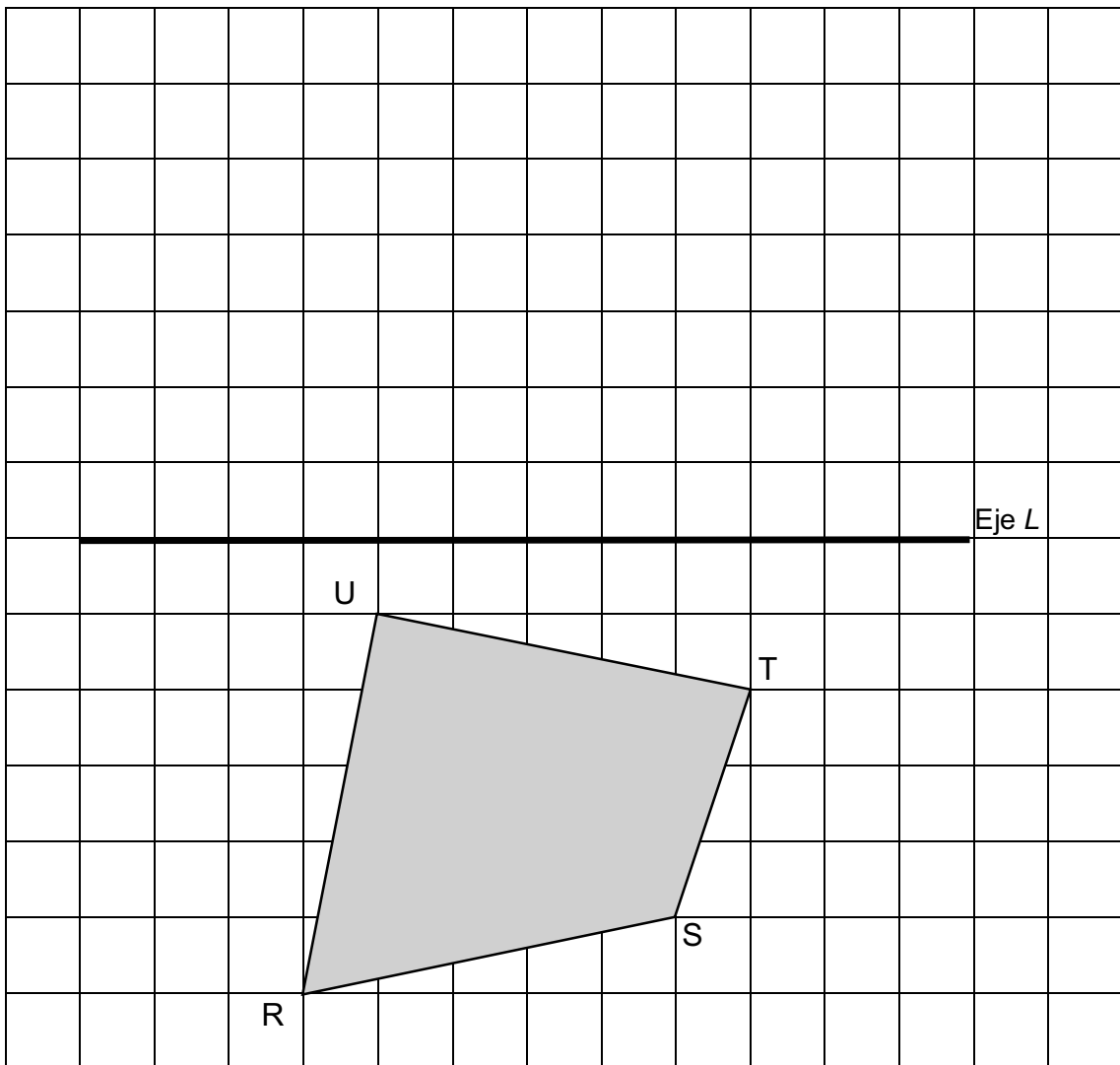


Paso 2: unimos los vértices en orden para formar el pentágono resultante. Unimos H'J', J'K', K'M', M'N' y finalmente N'H'.

Así obtenemos la reflexión del pentágono HJKMN respecto del Eje L. El pentágono resultante H'J'K'M'N' y tiene la misma forma y tamaño del pentágono original HJKMN

**ACTIVIDAD 5**

Refleja el cuadrilátero RSTU respecto del Eje L. Completa las indicaciones que están abajo



El vértice R está a \_\_\_\_\_ unidad de distancia del Eje L, por lo tanto, desde el Eje L hacia \_\_\_\_\_ saltamos \_\_\_\_\_ unidad y marcamos el vértice \_\_\_\_\_.

El vértice S está a \_\_\_\_\_ unidades de distancia del Eje L, por lo tanto, desde el Eje L hacia \_\_\_\_\_ saltamos \_\_\_\_\_ unidades y marcamos el vértice \_\_\_\_\_.

El vértice T está a \_\_\_\_\_ unidades de distancia del Eje L, por lo tanto, desde el Eje L hacia \_\_\_\_\_ saltamos \_\_\_\_\_ unidades y marcamos el vértice \_\_\_\_\_.

El vértice U está a \_\_\_\_\_ unidad de distancia del Eje L, por lo tanto, desde el Eje L hacia \_\_\_\_\_ saltamos \_\_\_\_\_ unidad y marcamos el vértice \_\_\_\_\_.

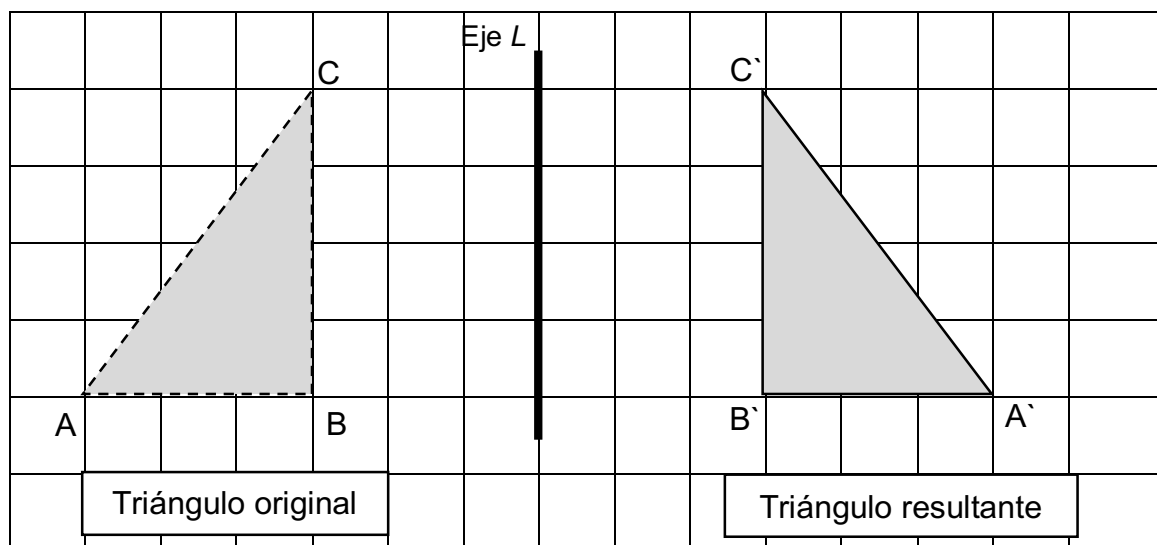
Unimos: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y finalmente \_\_\_\_\_.

El cuadrilátero resultante \_\_\_\_\_ tiene la misma \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_ del cuadrilátero original \_\_\_\_\_.

## ANALIZAR LAS FIGURAS (ORIGINAL CON RESULTANTE) LUEGO DE REFLEJAR FIGURAS 2D

Retomemos una de las figuras reflejadas anteriormente para analizar algunos datos de esta.

**El triángulo ABC está reflejado respecto del Eje 2.**



Midamos la longitud cada **lado del triángulo ABC** con una regla.

El lado AB mide 3 cm.

El lado BC mide 4 cm.

El lado CA mide 5 cm.

Ahora, midamos cada **lado del triángulo A'B'C'** con una regla.

El lado A'B' mide 3 cm.

El lado B'C' mide 4 cm.

El lado C'A' mide 5 cm.

De acuerdo a lo anterior, la medida de los lados correspondientes del triángulo ABC y A'B'C' es la misma

Midamos los **ángulos interiores del triángulo ABC** con un transportador.

El  $\angle CAB = 53^\circ$

El  $\angle ABC = 90^\circ$

El  $\angle BCA = 37^\circ$

A continuación, **midamos los ángulos interiores del triángulo A'B'C'** con un transportador.

El  $\angle C'A'B' = 53^\circ$

El  $\angle A'B'C' = 90^\circ$

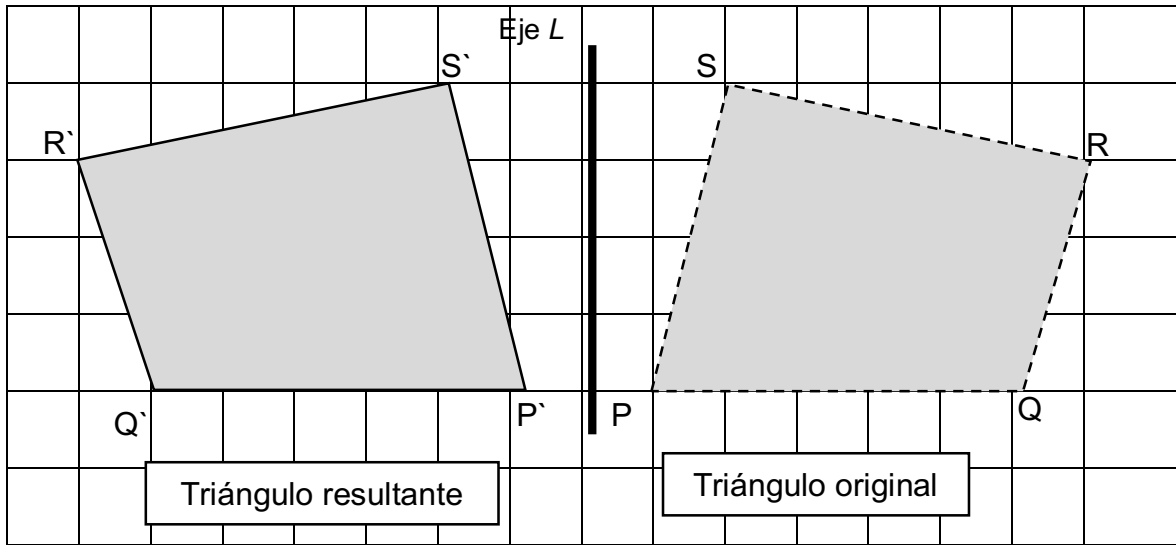
El  $\angle B'C'A' = 37^\circ$

De acuerdo a lo anterior, la medida de los ángulos correspondientes del triángulo ABC y A'B'C' son iguales.

**ACTIVIDAD 6**

El cuadrilátero PQRS fue reflejado respecto del Eje  $L$  resultando el cuadrilátero  $P'Q'R'S'$ .

Completa los espacios en blanco. Mide los lados con una regla y ángulos interiores con un transportador.



**Longitud de los lados del cuadrilátero PQRS.**

- Lado PQ = \_\_\_\_\_.
- Lado QR = \_\_\_\_\_.
- Lado RS = \_\_\_\_\_.
- Lado SP = \_\_\_\_\_.

**Longitud de los lados del cuadrilátero  $P'Q'R'S'$ .**

- Lado  $P'Q'$  = \_\_\_\_\_.
- Lado  $Q'R'$  = \_\_\_\_\_.
- Lado  $R'S'$  = \_\_\_\_\_.
- Lado  $S'P'$  = \_\_\_\_\_.

De acuerdo a lo anterior, la medida de los lados correspondientes del cuadrilátero PQRS y  $P'Q'R'S'$  \_\_\_\_\_

**Ángulos interiores del cuadrilátero PQRS.**

- $\sphericalangle$ SPQ = \_\_\_\_\_.
- $\sphericalangle$ PQR = \_\_\_\_\_.
- $\sphericalangle$ QRS = \_\_\_\_\_.
- $\sphericalangle$ RSP = \_\_\_\_\_.

**Ángulos interiores del cuadrilátero  $P'Q'R'S'$ .**

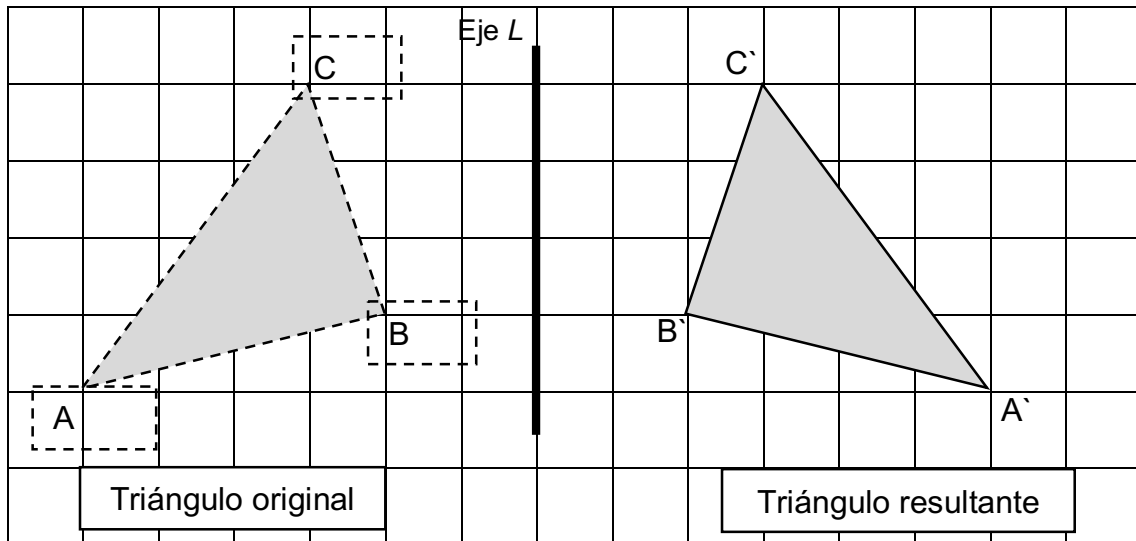
- $\sphericalangle$  $S'P'Q'$  = \_\_\_\_\_.
- $\sphericalangle$  $P'Q'R'$  = \_\_\_\_\_.
- $\sphericalangle$  $Q'R'S'$  = \_\_\_\_\_.
- $\sphericalangle$  $R'S'P'$  = \_\_\_\_\_.

De acuerdo a lo anterior, la medida de los ángulos correspondientes del cuadrilátero PQRS y  $P'Q'R'S'$  \_\_\_\_\_

**CONCLUIR QUE LAS FIGURAS (ORIGINAL CON RESULTANTE) SON CONGRUENTES.**

Anteriormente, analizamos la figura original y la resultante después de aplicar una reflexión. Midiendo los lados y ángulos de ambas figuras, logramos comprobar que los lados y ángulos correspondientes son iguales en medida.

**El triángulo ABC está reflejado respecto del Eje 2.**



El lado AB tiene la misma longitud de  $A'B'$

El lado BC tiene la misma longitud de  $B'C'$

El lado CA tiene la misma longitud de  $C'A'$

El  $\sphericalangle CAB = \sphericalangle C'A'B'$

El  $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A'B'C'$

El  $\sphericalangle BCA = \sphericalangle B'C'A'$

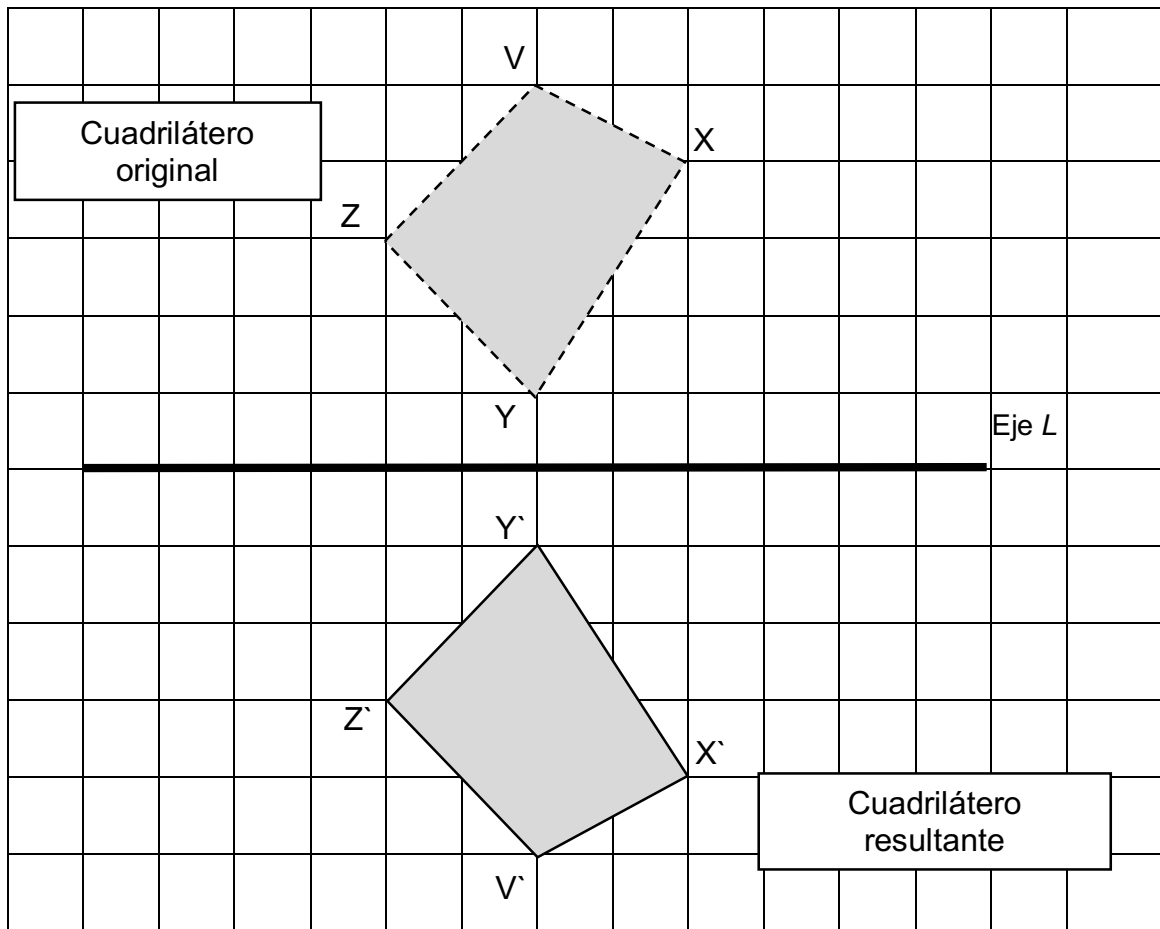
Podemos concluir:

- Las longitudes de los lados de una figura son las mismas después de una traslación.
- Los ángulos son los mismos después de una traslación.
- La figura  $A'B'C'$  es un triángulo.
- La figura ABC y la figura  $A'B'C'$  son congruentes.

Cuando realizamos una reflexión no se modifican ni los lados ni los ángulos de la figura. Por lo tanto, la figura original y resultante tienen la misma forma y tamaño, estas figuras son **congruentes**.

**ACTIVIDAD 7**

El cuadrilátero VXYZ se reflejó respecto del Eje L.  
 Responde las preguntas, completando la información solicitada.



El lado \_\_\_\_\_ = lado  $Y'X'$   
 El lado  $XV$  = lado \_\_\_\_\_  
 El lado \_\_\_\_\_ = lado  $V'Z'$   
 El lado \_\_\_\_\_ = lado \_\_\_\_\_

El  $\sphericalangle ZYX$  =  $\sphericalangle$  \_\_\_\_\_  
 El  $\sphericalangle$  \_\_\_\_\_ =  $\sphericalangle Y'X'V'$   
 El  $\sphericalangle XVZ$  =  $\sphericalangle$  \_\_\_\_\_  
 El  $\sphericalangle$  \_\_\_\_\_ =  $\sphericalangle$  \_\_\_\_\_

¿La reflexión cambió la medida de los lados del cuadrilátero? \_\_\_\_\_

¿La reflexión cambió la medida de los ángulos del cuadrilátero? \_\_\_\_\_

¿La figura RSTU y  $R'S'T'U'$  son congruentes? Justifica.

---

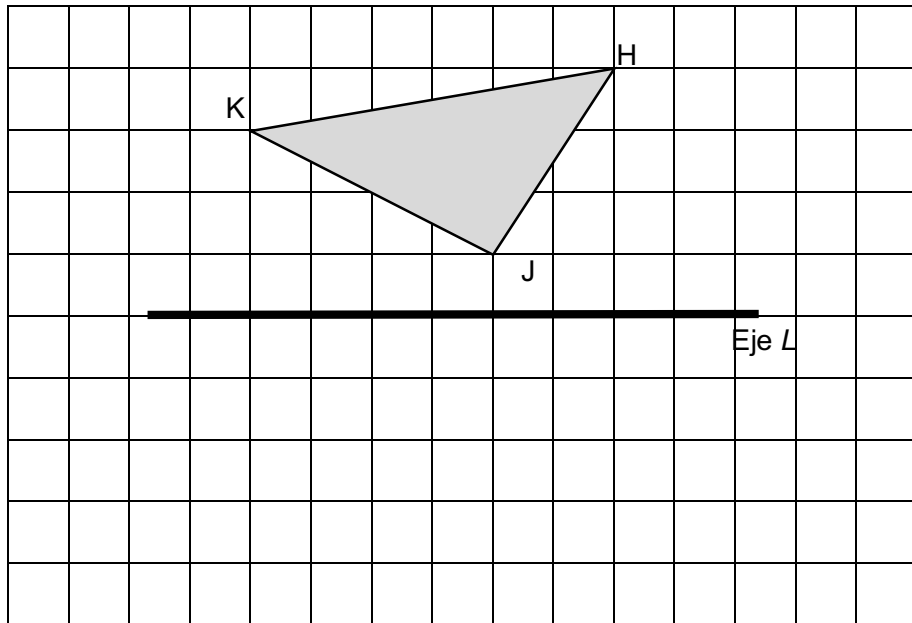


---

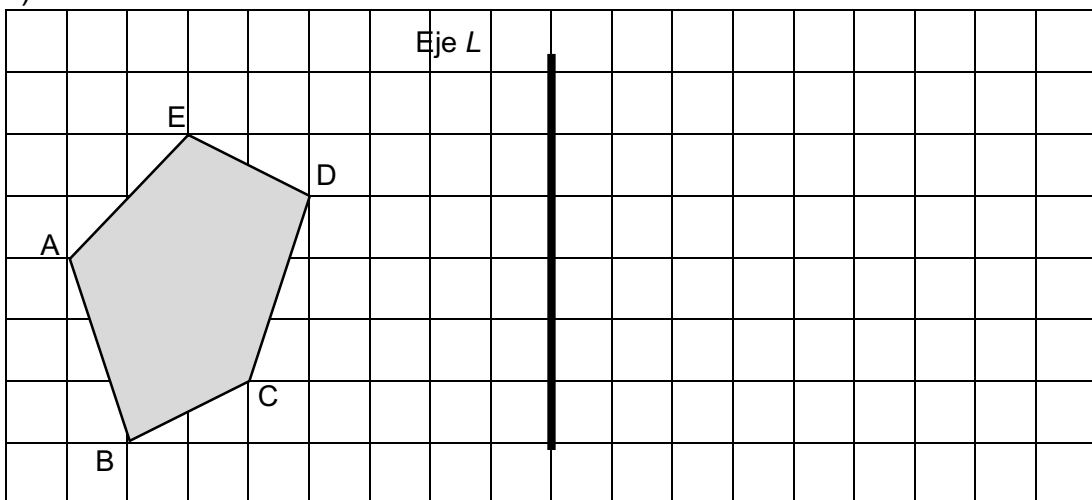
**Práctica**

1. Refleja las figuras respecto del Eje  $L$ .

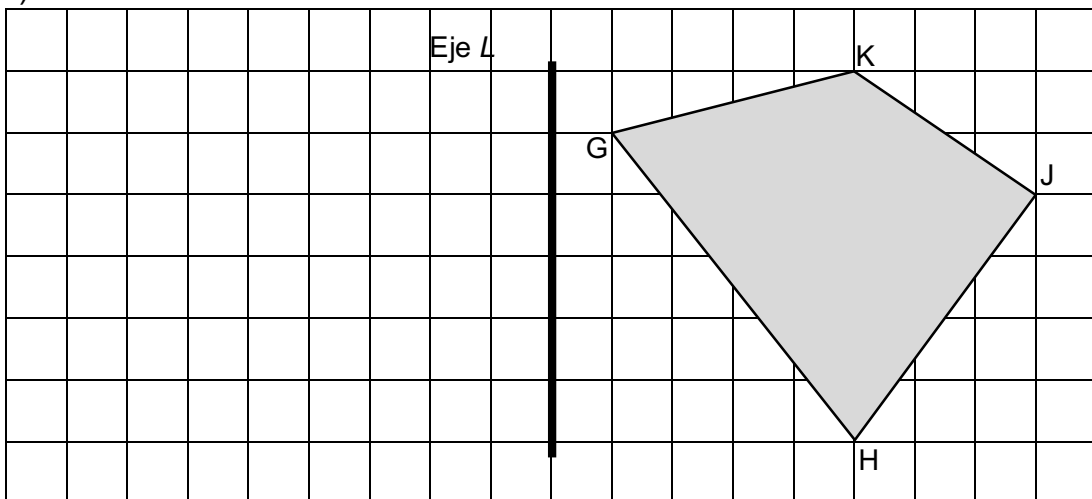
a)



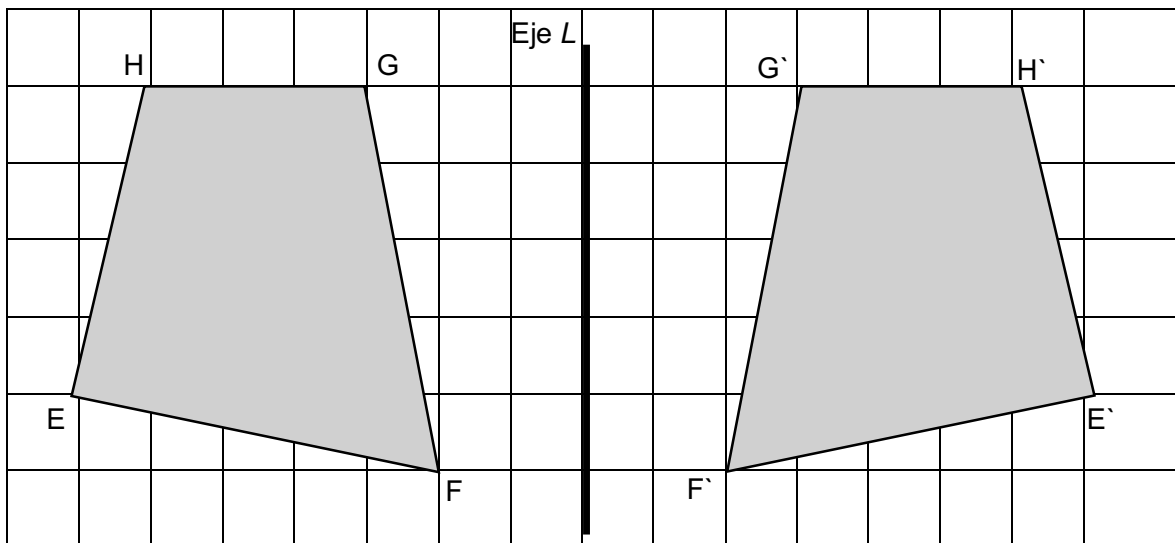
b)



c)



2. El cuadrilátero EFGH está reflejado respecto al Eje L.  
 Mide los lados con una regla y ángulos interiores con un transportador. Luego, completa las conclusiones.



**Longitud de los lados del cuadrilátero EFGH y del cuadrilátero E'F'G'H'.**

Lado EF = \_\_\_\_\_.

Lado E'F' = \_\_\_\_\_.

Lado FG = \_\_\_\_\_.

Lado F'G' = \_\_\_\_\_.

Lado GH = \_\_\_\_\_.

Lado G'H' = \_\_\_\_\_.

Lado HE = \_\_\_\_\_.

Lado H'E' = \_\_\_\_\_.

**Ángulos interiores del cuadrilátero EFGH y del cuadrilátero E'F'G'H'.**

∠ HEF = \_\_\_\_\_.

∠ H'E'F' = \_\_\_\_\_.

∠ EFG = \_\_\_\_\_.

∠ E'F'G' = \_\_\_\_\_.

∠ FGH = \_\_\_\_\_.

∠ F'G'H' = \_\_\_\_\_.

∠ GHE = \_\_\_\_\_.

∠ G'H'LE' = \_\_\_\_\_.

Conclusiones.

Las longitudes de los lados de una figura son \_\_\_\_\_ después de una reflexión.

Los ángulos son \_\_\_\_\_ después de una reflexión.

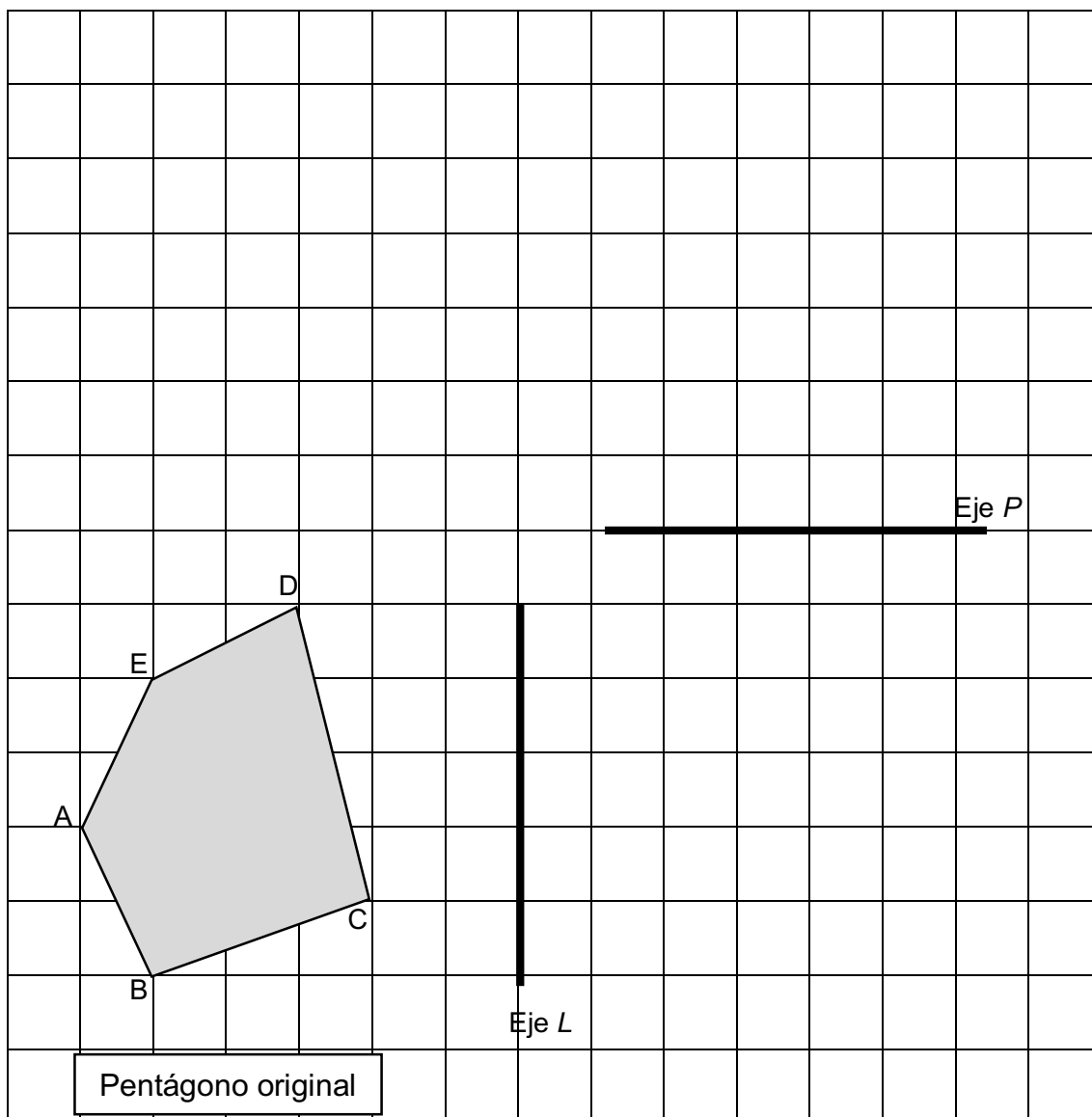
La figura J'K'L'M' es un \_\_\_\_\_.

La figura EFGH y la figura E'F'G'H' son \_\_\_\_\_.



**Desafío**

Refleja el pentágono respecto del Eje *L*.  
Luego, refleja la figura resultante respecto del Eje *P*.



## CONGRUENCIA

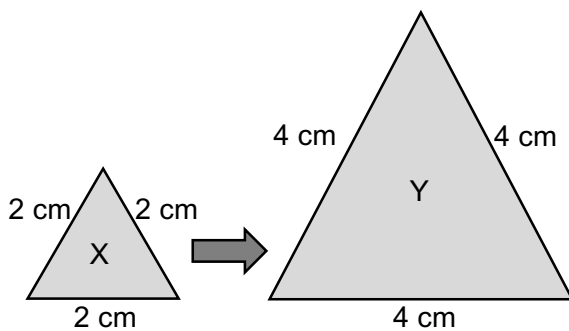
**OBJETIVO:** Identificar las características de figuras congruentes, después de una transformación isométrica.

**¿Qué es congruencia?**

### Recordemos

#### AMPLIACIÓN Y REDUCCIÓN.

---



El triángulo X y el triángulo Y tienen la misma forma.

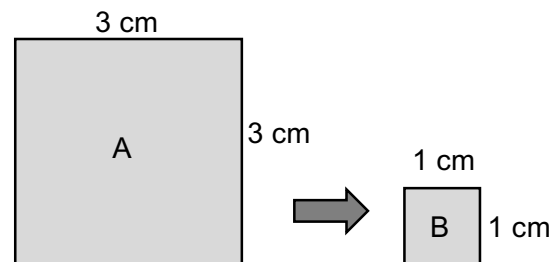
Los lados del triángulo Y son dos veces más largos que los lados del triángulo X.

El triángulo Y es una ampliación del triángulo X.

El cuadrado A y el cuadrado B tienen la misma forma.

Los lados del cuadrado B son un tercio de largo que los lados del cuadrado A.

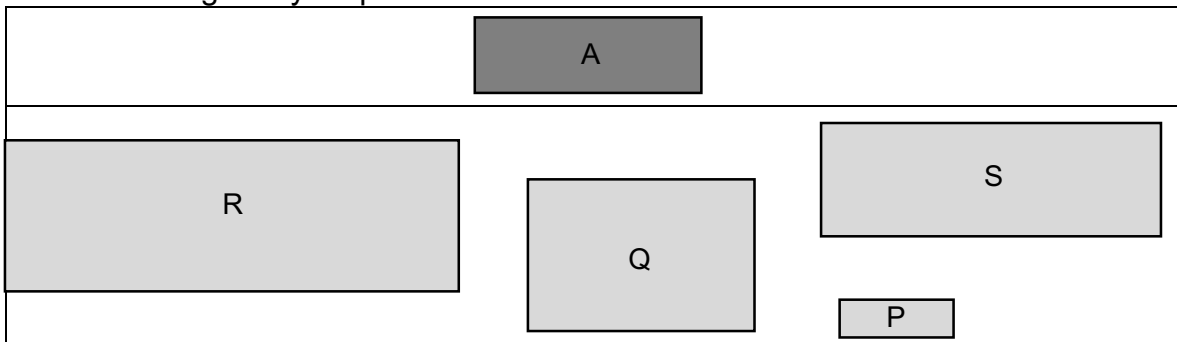
El cuadrado B es una reducción del cuadrado A.



En una ampliación o reducción, la forma de la figura se mantiene igual, solo cambia su tamaño.

### **ACTIVIDAD 1**

Observa las figuras y responde.



a) ¿Cuál o cuáles de las figuras son una ampliación de A? \_\_\_\_\_

b) ¿Cuál o cuáles de las figuras son una reducción de A? \_\_\_\_\_

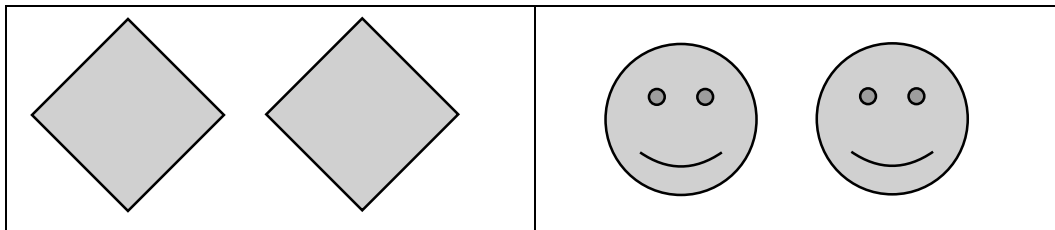
**IDENTIFICAR LAS CARACTERÍSTICAS QUE CUMPLEN LAS FIGURAS CONGRUENTES EN TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS**

Como estudiamos en el tema 1. Una figura 2D se puede: trasladar, rotar o reflejar, estos movimientos son llamados transformaciones isométricas.

Estos cambian la posición o ubicación de una figura, pero mantienen su forma y su tamaño.

Diremos que, si dos figuras tienen la misma forma y tamaño, son congruentes.

Ejemplo de figuras congruentes



¿Cómo puedes saber que estas figuras son congruentes?

Puedes calcar una figura y ponerla sobre la otra y observar si coinciden exactamente. Es decir, si sus lados y ángulos correspondientes miden lo mismo.

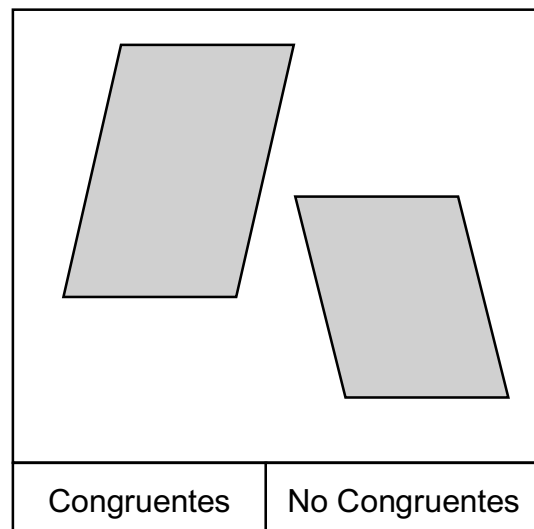
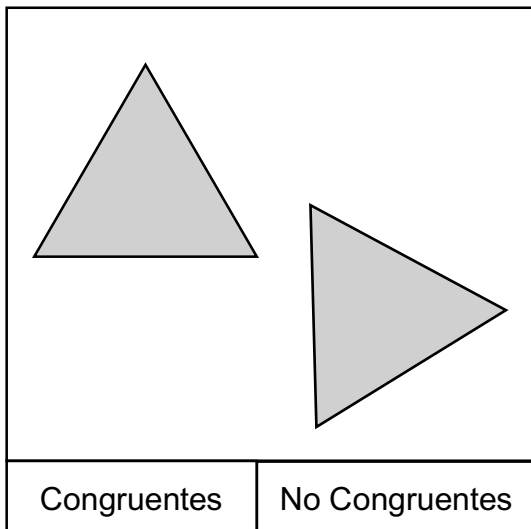
Ejemplos de figuras no congruentes.

<p>Tienen la misma forma, pero distinto tamaño.</p>	<p>Tiene diferente forma y diferente tamaño.</p>	<p>Tienen diferente forma.</p>

**ACTIVIDAD 2**

Calca una de las dos figuras. Luego, recórtala y ponla encima de la otra figura.

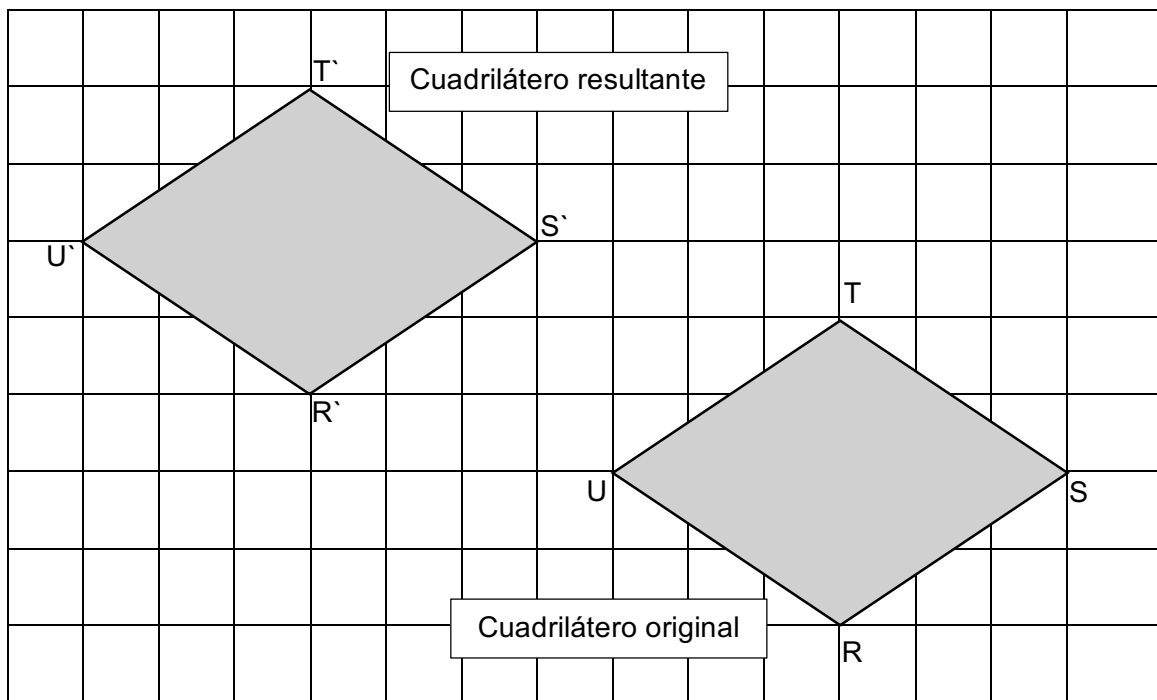
Marca si los siguientes pares de figuras son congruentes



A continuación, trabajemos con las transformaciones isométricas para identificar las características que cumplen las figuras congruentes frente a estos movimientos. Este trabajo se realizará con cuadrículas para que sea más específico.

Lo importante es poder argumentar de manera precisa y comprobable que una figura después de una traslación, rotación o reflexión la figura resultante es congruente con la figura original.

El siguiente cuadrilátero RSTU está trasladada 3 unidades hacia arriba y 7 unidades hacia la izquierda.



**¿Qué características se cumplen en el cuadrilátero resultante para que sea congruente con el cuadrilátero original?**

1º argumento: medir la longitud de los lados del cuadrilátero original y comparar con los lados correspondientes del cuadrilátero resultante.

- RS= 3,6 cm.            R`S`= 3,6 cm.
- ST= 3,6 cm.            S`T`= 3,6 cm.
- TU= 3,6 cm.            T`U`= 3,6 cm.
- UR= 3,6 cm.            U`R`= 3,6 cm.

Los lados correspondientes del cuadrilátero original y resultante tienen la misma medida.

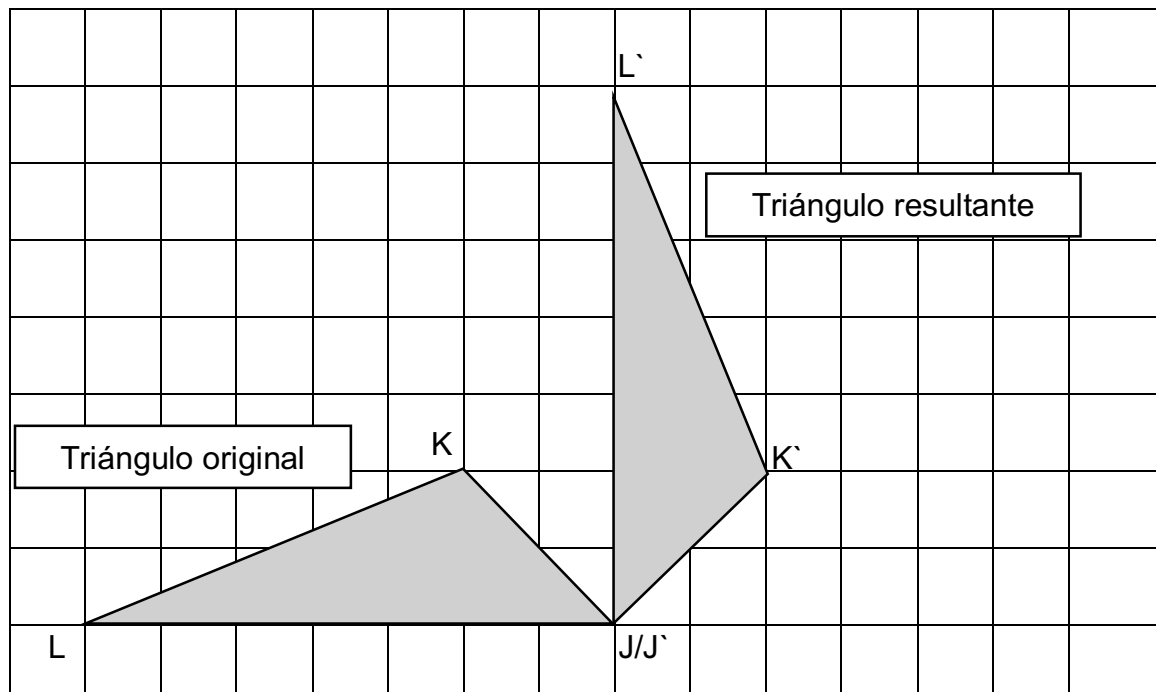
2º argumento: medir los ángulos interiores del cuadrilátero original y comparar con los ángulos correspondientes del cuadrilátero resultante.

- ∠URS = 112°            ∠U`R`S` = 112°
- ∠RST = 68°            ∠R`S`T` = 68°
- ∠STU = 112°            ∠S`T`U` = 112°
- ∠TUR = 68°            ∠T`U`R` = 68°

Los ángulos correspondientes del cuadrilátero original y resultante tienen la misma medida.

Conclusión: el cuadrilátero original y resultante son congruentes, ya que los lados correspondientes entre ellos tienen la misma longitud, así también los ángulos correspondientes tienen la misma medida. La figura no cambio de forma, ni tamaño solo se traslada de una ubicación a otra.

El triángulo JKL está rotado  $90^\circ$  en sentido del reloj con centro de rotación en J.



**¿Qué características se cumplen en el triángulo resultante para que sea congruente con el triángulo original?**

1º argumento: medir la longitud de los lados del triángulo original y comparar con los lados correspondientes del triángulo resultante.

$$\begin{array}{ll} JK = 2,9 \text{ cm.} & J'K' = 2,9 \text{ cm.} \\ KL = 5,5 \text{ cm.} & K'L' = 5,5 \text{ cm.} \\ LJ = 7 \text{ cm.} & L'J' = 7 \text{ cm.} \end{array}$$

Los lados correspondientes del triángulo original y resultante tienen la misma medida.

2º argumento: medir los ángulos interiores del triángulo original y comparar con los ángulos correspondientes del triángulo resultante.

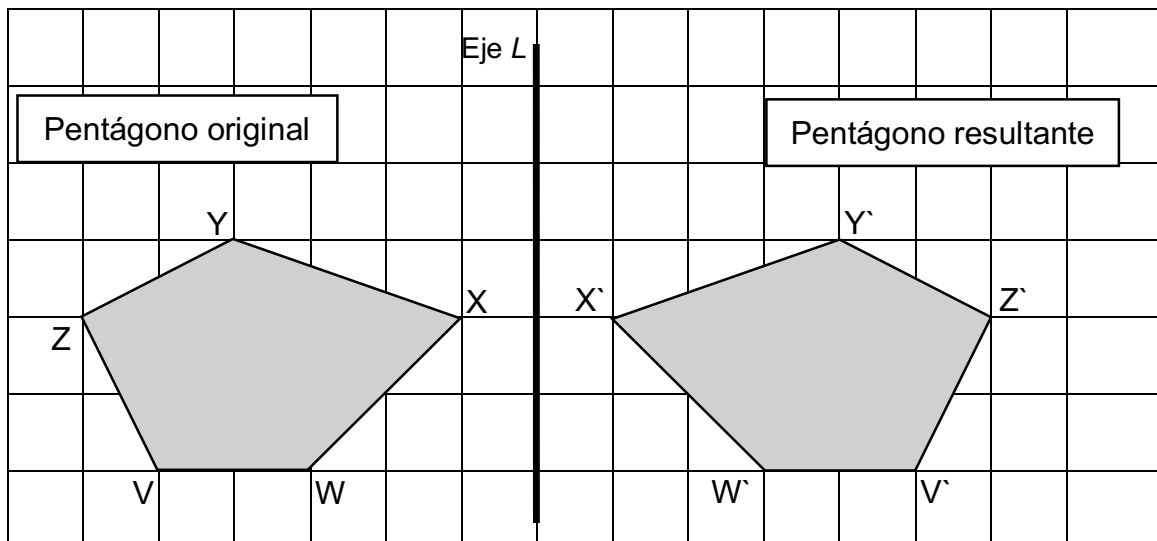
$$\begin{array}{ll} \sphericalangle LJK = 46^\circ & \sphericalangle L'J'K' = 46^\circ \\ \sphericalangle JKL = 112^\circ & \sphericalangle J'K'L' = 112^\circ \\ \sphericalangle KLJ = 22^\circ & \sphericalangle K'L'J' = 22^\circ \end{array}$$

Los ángulos correspondientes del triángulo original y resultante tienen la misma medida.

Conclusión: el triángulo original y resultante son congruentes, ya que los lados correspondientes entre ellos tienen la misma longitud, así también los ángulos correspondientes tienen la misma medida.

La figura no cambió de forma, ni tamaño solo realizó una rotación.

El cuadrilátero VXYZ reflejó respecto del Eje L.



**¿Qué características se cumplen en el pentágono resultante para que sea congruente con el pentágono original?**

1º argumento: medir la longitud de los lados del pentágono original y comparar con los lados correspondientes del pentágono resultante.

- |             |               |
|-------------|---------------|
| VW= 2 cm.   | V`W`= 2 cm.   |
| WX= 2,9 cm. | W`X`= 2,9 cm. |
| XY= 3,2 cm. | X`Y`= 3,2 cm. |
| YZ= 2,3 cm. | Y`Z`= 2,3 cm. |
| ZV= 2,3 cm. | Z`V`= 2,3 cm. |

Los lados correspondientes del pentágono original y resultante tienen la misma medida.

2º argumento: medir los ángulos interiores del pentágono original y comparar con los ángulos correspondientes del pentágono resultante.

- |                                   |                                      |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| $\sphericalangle ZVW = 116^\circ$ | $\sphericalangle Z`V`W` = 116^\circ$ |
| $\sphericalangle VWX = 135^\circ$ | $\sphericalangle V`W`X` = 135^\circ$ |
| $\sphericalangle WXY = 64^\circ$  | $\sphericalangle W`X`Y` = 64^\circ$  |
| $\sphericalangle XYZ = 133^\circ$ | $\sphericalangle X`Y`Z` = 133^\circ$ |
| $\sphericalangle YZV = 92^\circ$  | $\sphericalangle Y`Z`V` = 92^\circ$  |

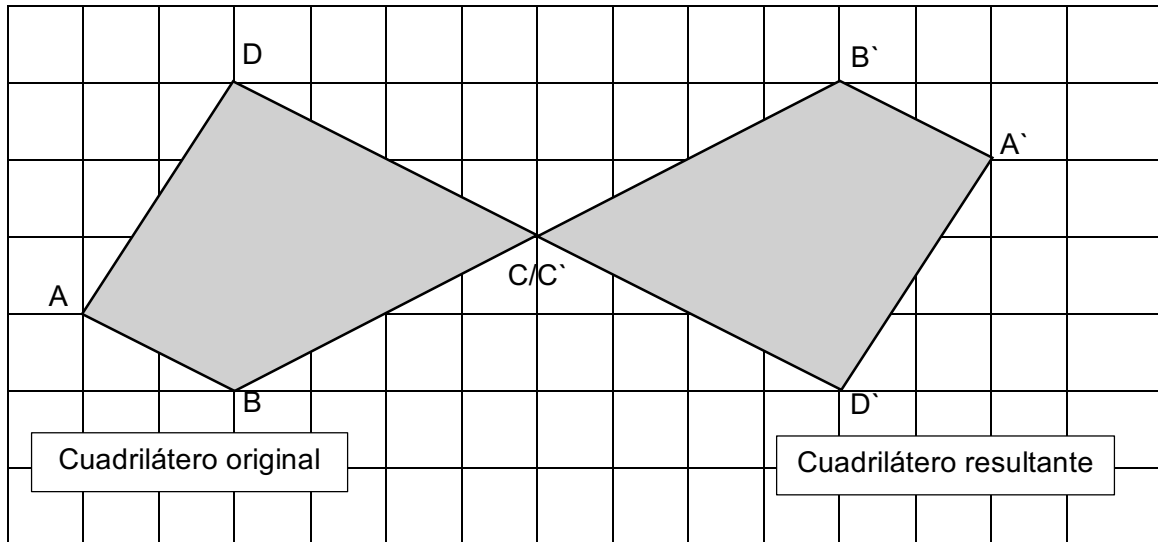
Los ángulos correspondientes del pentágono original y resultante tienen la misma medida.

Conclusión: el pentágono original y resultante son congruentes, ya que los lados correspondientes entre ellos tienen la misma longitud, así también los ángulos correspondientes tienen la misma medida. La figura no cambio de forma, ni tamaño solo se reflejó.

**ACTIVIDAD 3**

El cuadrilátero ABCD está rotado 180° en sentido del reloj con centro de rotación C. Mide los lados con una regla y ángulos interiores con un transportador y contesta las preguntas que están a continuación.

Luego, argumenta la congruencia entre la figura original y la resultante.



1° argumento: medir la longitud de los lados del cuadrilátero original y comparar con los lados correspondientes del cuadrilátero resultante.

- AB= \_\_\_\_\_                      A`B`= \_\_\_\_\_
- BC= \_\_\_\_\_                      B`C`= \_\_\_\_\_
- CD= \_\_\_\_\_                      C`D`= \_\_\_\_\_
- DA= \_\_\_\_\_                      D`A`= \_\_\_\_\_

Conclusión de longitud de los lados: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2° argumento: medir los ángulos interiores del cuadrilátero original y comparar con los ángulos correspondientes del cuadrilátero resultante.

- ∠DAB = \_\_\_\_\_                      ∠D`A`B` = \_\_\_\_\_
- ∠ABC = \_\_\_\_\_                      ∠A`B`C` = \_\_\_\_\_
- ∠BCD = \_\_\_\_\_                      ∠B`C`D` = \_\_\_\_\_
- ∠CDA = \_\_\_\_\_                      ∠C`D`A` = \_\_\_\_\_

Conclusión de la medida de los ángulos: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Conclusión:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

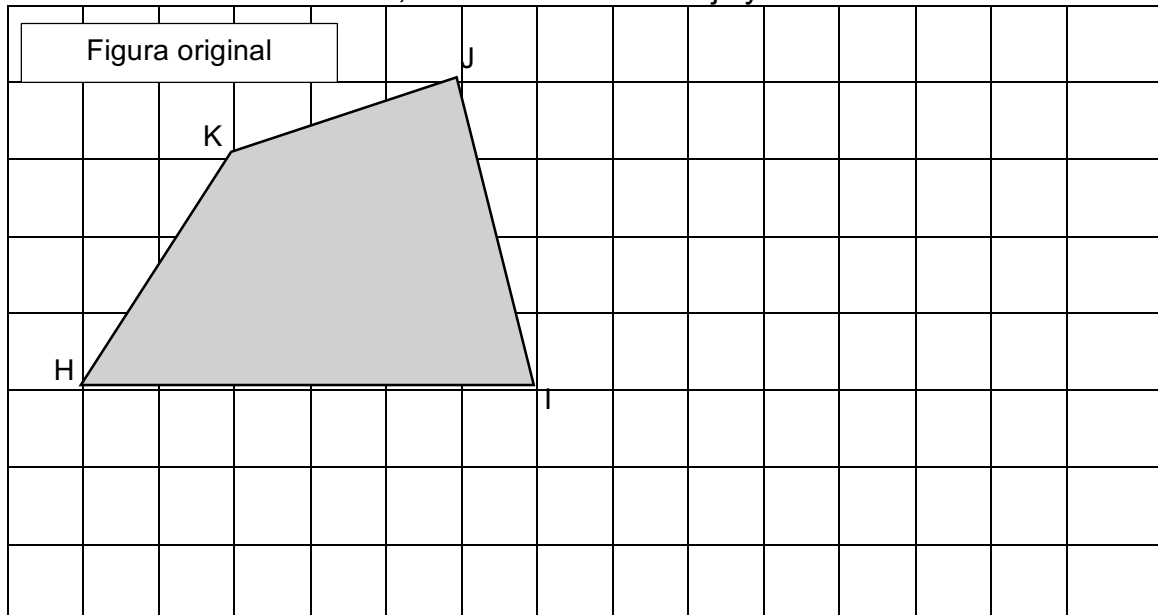
\_\_\_\_\_

CONSTRUIR FIGURAS CONGRUENTES USANDO ALGUNA TRANSFORMACIÓN ISOMÉTRICA. MENCIONANDO LAS CARACTERÍSTICAS QUE CUMPLEN LAS FIGURAS (ORIGINAL Y RESULTANTE) CONGRUENTES.

A continuación, realizar las transformaciones isométricas solicitadas en cada caso. Luego, responde las preguntas. No olvides justificar cada respuesta.

**ACTIVIDAD 4**

Traslada el cuadrilátero HIJK, 2 unidades hacia abajo y 7 unidades hacia la derecha.



¿Son congruentes las figuras? Argumenta tu respuesta.

---



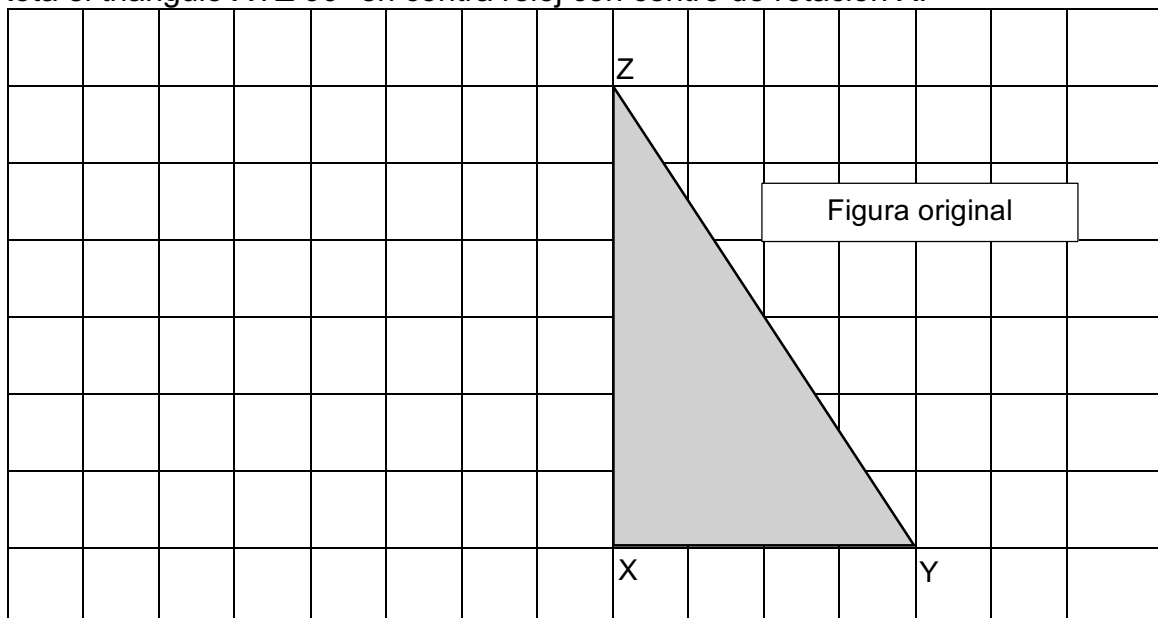
---



---

**ACTIVIDAD 5**

Rota el triángulo XYZ 90° en contra reloj con centro de rotación X.



¿Son congruentes las figuras? Argumenta tu respuesta.

---



---

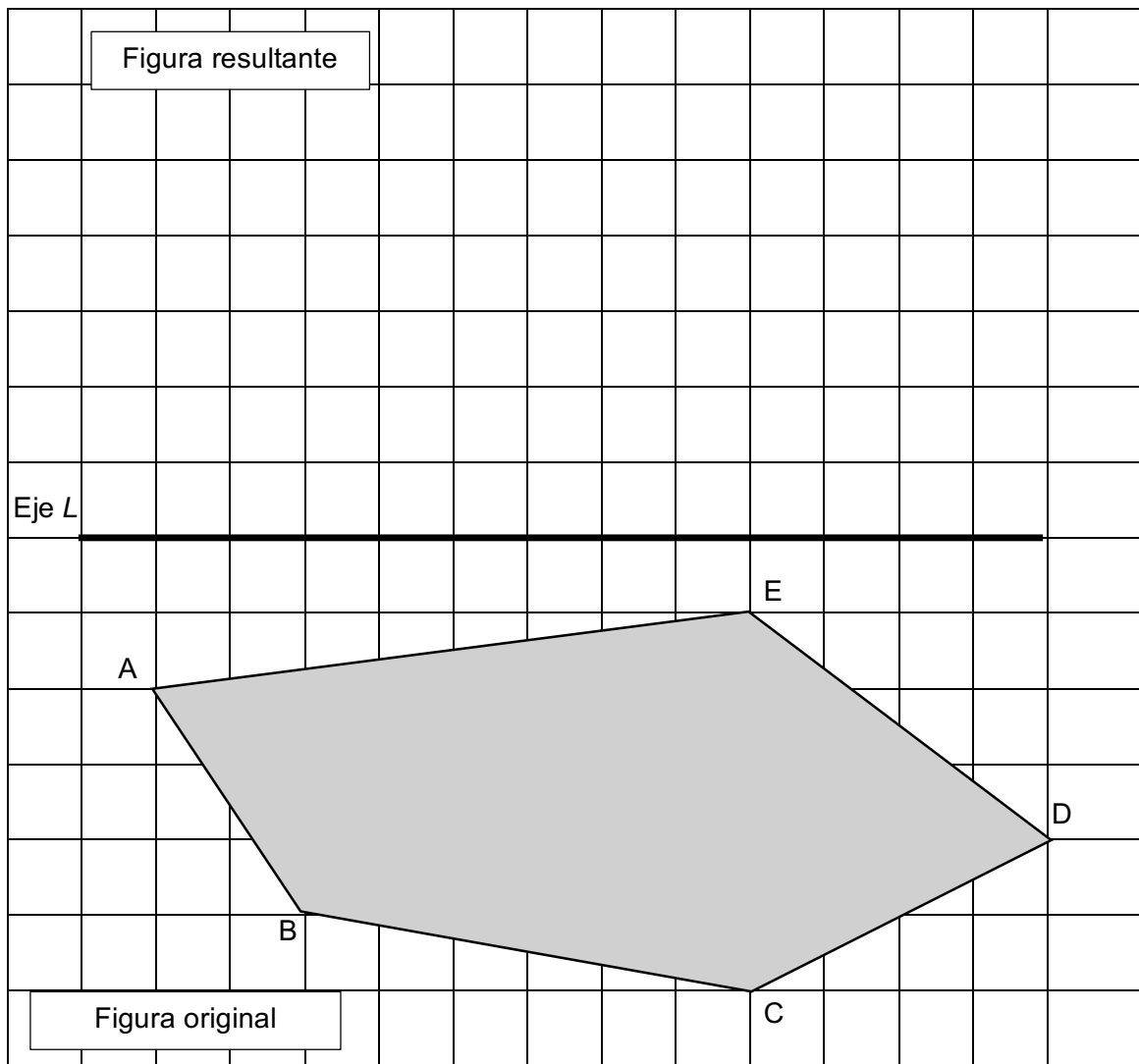


---



**ACTIVIDAD 6**

Refleja el pentágono ABCDE respecto al eje *L*.



¿Son congruentes las figuras? Argumenta tu respuesta.

---



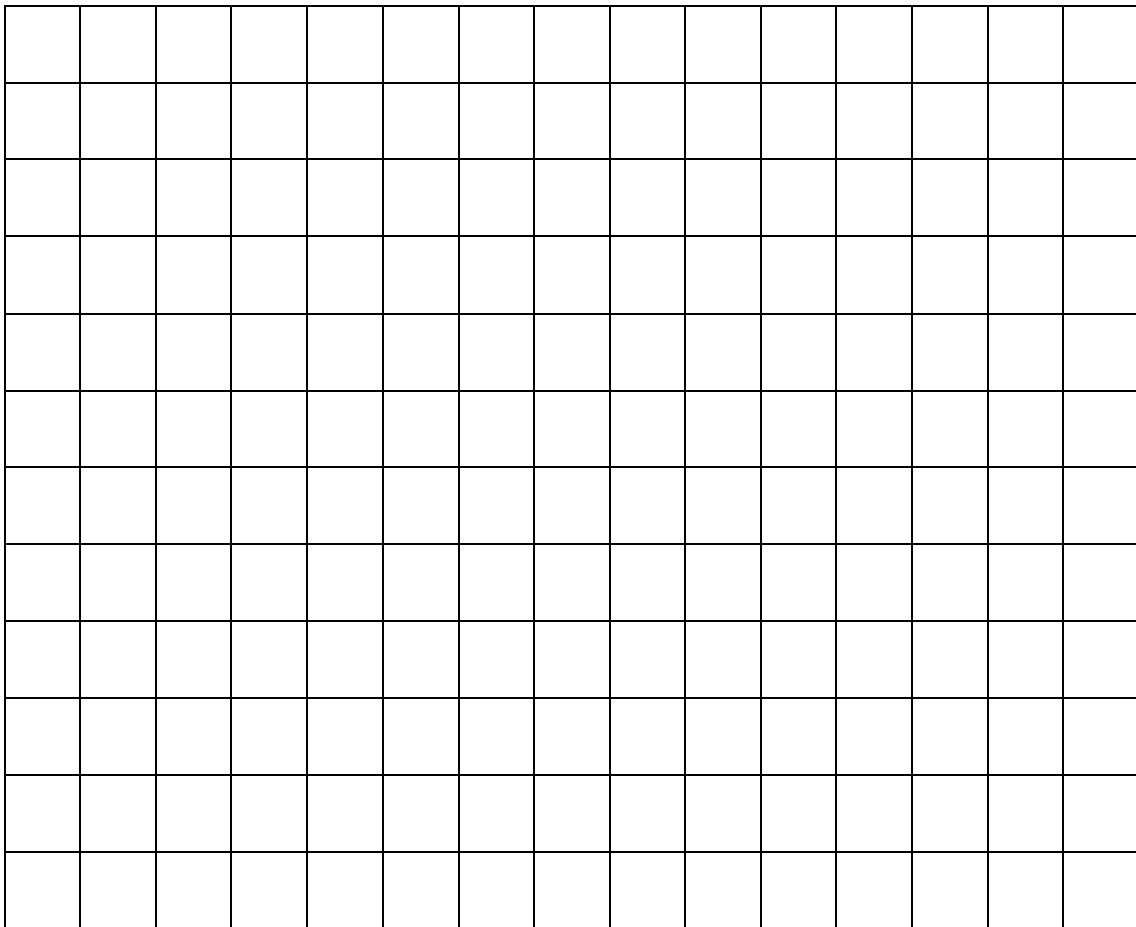
---



---

**ACTIVIDAD 7**

Dibuja una figura, nombra sus vértices. Luego, refléjala respecto de un eje  $L$  y nombra los vértices de la figura resultante. Compara la medida de sus lados y ángulos correspondientes.



¿Son congruentes las figuras? Argumenta tu respuesta.

---



---



---

Repite la actividad anterior, pero en vez de reflejar la figura, róta la en torno a un punto.

¿Son congruentes las figuras obtenidas? Argumenta.

---



---



---

¿Ocurrirá esto siempre al trasladar, reflejar o rotar una figura? Argumenta.

---



---

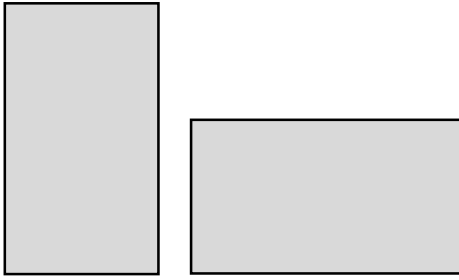


---

**Práctica**

1. Indica si el par de figura son congruentes y justifica tu respuesta.

a)



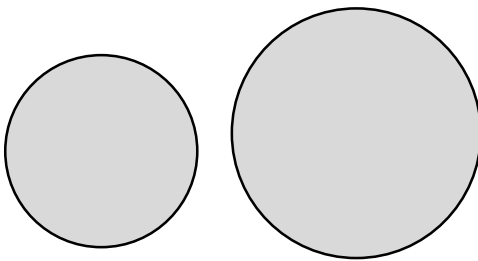
---

---

---

---

b)



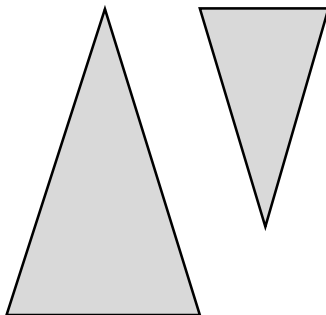
---

---

---

---

c)



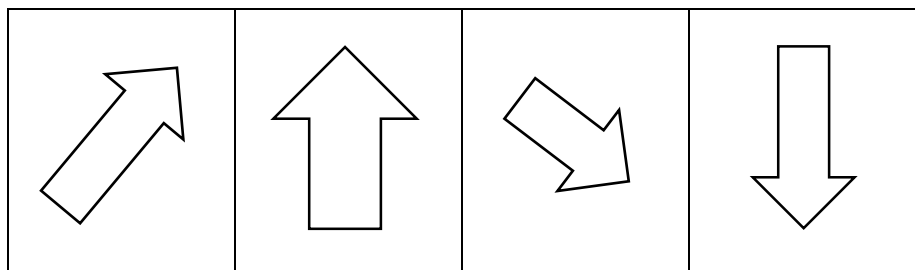
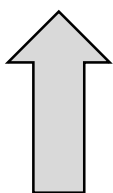
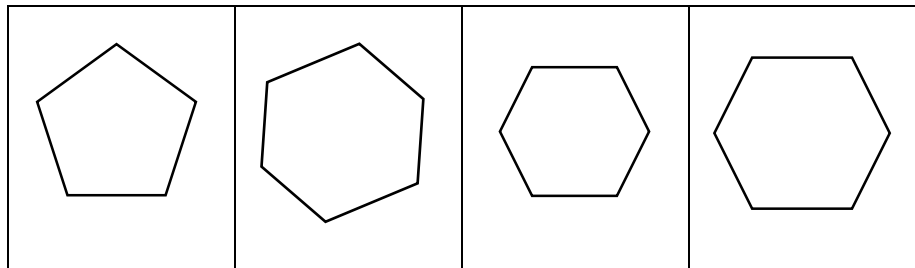
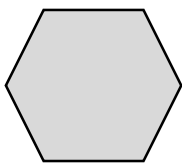
---

---

---

---

2. Pinta las figuras congruentes.



3. Analiza cada situación y responde.

a) Raquel dibujó un pentágono cuyos lados miden 5 cm. Tomás dibujó un cuadrado cuyos lados miden 5 cm. Tomás afirma que su figura es congruente con la de Raquel. ¿Está en lo correcto Tomás? Justifica.

---



---



---

b) Pedro y Javiera dibujaron un cuadrilátero cada uno. Javiera dice que su figura es congruente con la de Pedro. Explica cómo puedes comprobar si las dos figuras son congruentes.

---

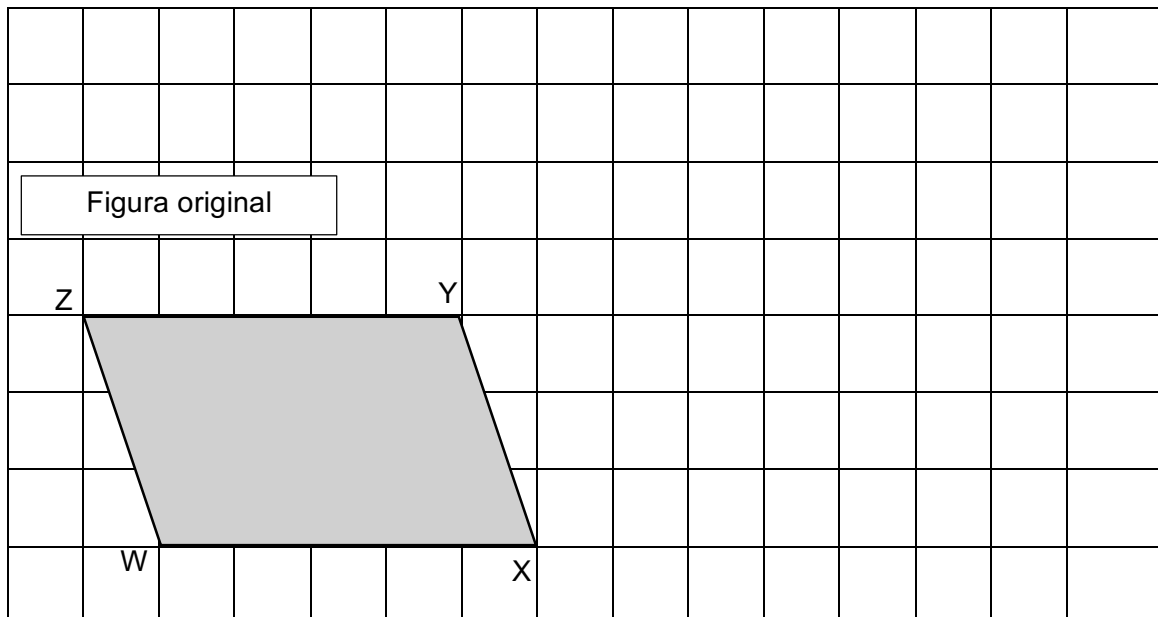


---



---

4. Rota el cuadrilátero WXYZ 90° en sentido del reloj con centro de rotación en X.



¿Son congruentes las figuras? Argumenta tu respuesta.

---



---



---

**Desafío**

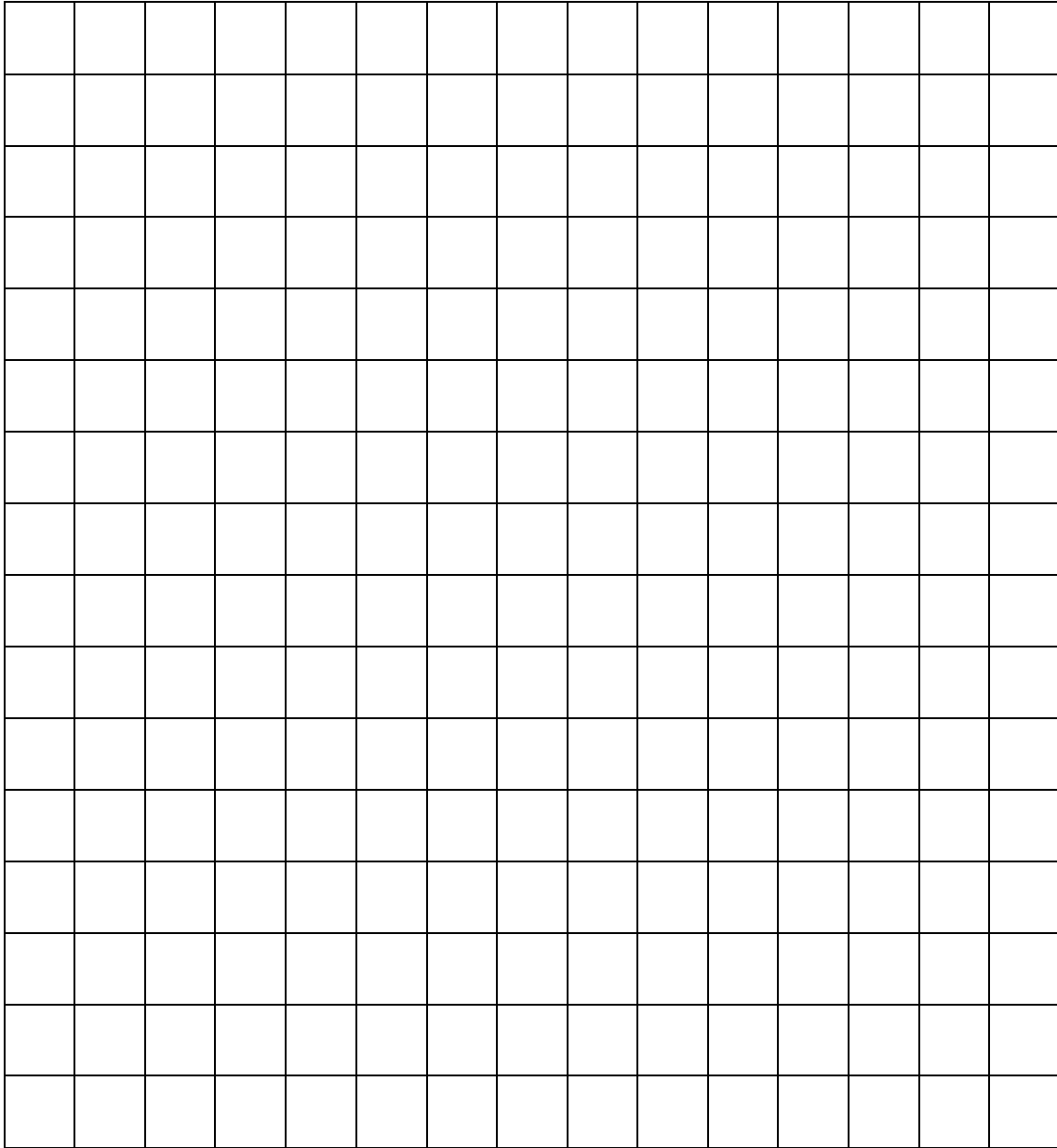
Dibuja un triángulo ABC.

Luego, refléjala respecto de un eje  $L$  y nombra los vértices de la figura resultante 1.

A continuación, trasládalo y nombra los vértices de la figura resultante 2.

Finalmente, róvalo en torno a un vértice y nombra los vértices de la figura resultante

3.



¿Son congruentes la figura original con la figura resultante 3? Argumenta tu respuesta.

---

---

---

---

---