

GUIA DE DATOS Y AZAR			
DOCENTE	Isaías Correa M.	NIVEL	3 y 4° Medios
CONTENIDOS			
Variable Aleatoria			
Valor Esperado y Varianza			
Función de Probabilidad			
Función de Distribución Acumulada			

1) Se lanzan 3 monedas al aire y se define la variable aleatoria Y como el “número de caras” que se obtienen. Si una de las monedas tiene dos caras (estarcada), ¿cuál es el dominio y recorrido de Y ? Haga el diagrama sagital, esquema y gráfico de la función de probabilidad.

2) En una bolsa se han colocado 5 bolitas numeradas del 1 al 5. Se extraen dos bolitas con reposición, es decir, se extrae una bolita, se anota su numeración y luego se devuelve a la bolsa para extraerla siguiente. Se define la variable aleatoria X como el “valor absoluto de la diferencia de sus numeraciones”. ¿Cuáles la función de probabilidad de la variable aleatoria X ? Encuentre Dom y Rec X , función de probabilidad, esquema y gráfico.

3) Un alumno debe responder un ítem de verdadero y falso de una prueba y como no estudió lo suficiente, decide responderlo al azar. Se define la variable aleatoria como el número de verdaderas que puede marcar de un total de 6 preguntas. Determine Ω , Dom y Rec X , función de probabilidad, esquema y gráfico.

4) En el experimento: “lanzar dos dados”, considera las variables aleatoria X : suma de puntos e Y puntaje menor entre los dos dados.

- a) Describa el espacio muestral Ω .
- b) Calcule: $P(X=7)$; $P(X<7)$; $P(X>9)$; $P(Y=3)$; $P(Y=0)$; $P(Y<4)$
- c) Haga el gráfico de $f(x)$, $F(x)$, $f(y)$ y $F(y)$.

5) Una compañía ha vendido 205 billetes para un avión de 200 plazas. Sea x la variable aleatoria que expresa el n° de viajeros que va al aeropuerto para viajar en el avión. Su distribución es:

x_i	198	199	200	201	202	203	204	205
p_i	0,05	0,09	0,15	0,20	0,23	0,17	0,09	0,02

- a) Hallar la probabilidad de que todos los viajeros que van al aeropuerto tengan plaza.
- b) Obtener la probabilidad de que se quede sin plaza alguno de los viajeros que va al aeropuerto.

c) Calcular el n° esperado de viajeros que acude al aeropuerto.

6) Se lanza tres veces una moneda. Sea x la variable aleatoria que expresa el n° de caras en los tres lanzamientos.

- a) Hallar y representar la función de probabilidad de x .
- b) Calcular el n° esperado de caras al lanzar la moneda. ¿Era previsible el resultado?
- c) Hallar la desviación típica de x .
- d) Hallar $V(x)$

7) La siguiente tabla corresponde a una función de probabilidad de una VAD.

x	1	2	3	4	5	6	7
$P(X=x)$	0,05	0,22	0,35	k	0,13	0,1	0,04

A partir de ella, responda:

- a) Encuentre el valor de k.
- b) $V(x)=?$
- c) ¿Cuál es el valor $P(X=2)$?
- d) ¿Cuál es el valor de $P(X<5)$?
- e) ¿Cuál es la $P(2<x \leq 6)$?
- f) $F(5)=?$
- g) $F(7) - F(3)=?$
- h) $f(4) + f(4)=?$
- i) Haga el gráfico de $f(x)$ y $F(x)$
- j) Si la $E(x) = 2,7$. ¿Cuál es el valor de k?

- 8) Sea x una variable aleatoria que expresa el n° de personas que habitan en una vivienda elegida al azar. La distribución de probabilidad de x es la siguiente:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8 ó +
p_i	0,230	0,322	0,177	0,155	0,067	0,024	0,015	0,010

- Verifique si la VAD es una distribución de probabilidad.
 - Hallar la probabilidad de que el n° de personas que viven en un hogar sea menor o igual que cuatro.
 - Calcular la probabilidad de que al menos dos personas vivan en una vivienda.
 - Obtener el n° medio de personas que habitan en una vivienda.
- 9) Sea X una variable aleatoria que representa el número de libros que llevan en la mochila los estudiantes de una universidad:

x	0	1	2	3
$P(x)$	0,5	0,2	0,2	0,1

- ¿Qué proporción de estudiantes llevan 3 o menos libros ($X \leq 3$)?
- ¿Qué proporción de estudiantes llevan más de 2 libros ($X > 2$)?
- ¿Qué proporción de estudiantes llevan entre 0 y 2 libros?
- ¿Qué proporción de estudiantes llevan entre 1 y 3 libros?
- ¿Cuál es la $V(X)$?
- Haga el gráfico de $f(x)$ y $F(x)$.

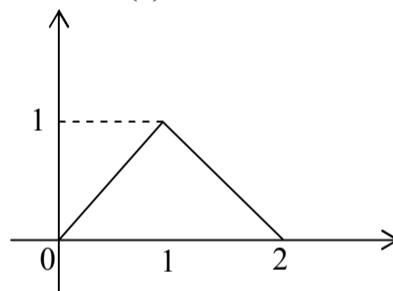
- 10) Sea X el número de personas de hogares en el censo 2012

x	1	2	3	4	5	6	7 y más
$p(x)$	0,11	0,18	0,22	0,23	0,14	0,07	

- ¿Cuánto debe ser la probabilidad de que el tamaño familiar sea de 7 y más personas para que esta sea una distribución de probabilidades discreta legítima?
- Muestre gráficamente la distribución de probabilidades.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un hogar elegido al azar tenga un tamaño familiar de más de 5 personas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un hogar elegido al azar tenga un tamaño familiar de no más de 2 personas?
- ¿Cuál es $P(2 < X \leq 4)$?

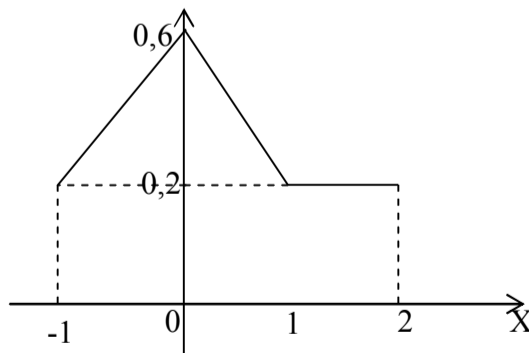
- 11) La gráfica siguiente muestra función una de probabilidad $f(x)$.

- ¿Cuál es el dominio de la función?
- ¿Cuál es el valor de $P(X < 1)$?
- ¿Cuál es el valor de $P(0 \leq x < 2)$?
- ¿Cuál es el valor de $P(1 < x \leq 2)$?



- 12) A partir de la función definida en el intervalo $[-1,2]$ y cuya gráfica se muestra en la figura, determine:

- ¿Cuál es el dominio de la función?
- ¿Cuál es el valor de $P(X < 1)$?
- ¿Cuál es el valor de $P(0 \leq x < 2)$?
- ¿Cuál es el valor de $P(-1 < x \leq 0)$?
- ¿Cuál es el valor de $P(x > 0)$?
- ¿Cuál es el valor de $P(-1 < x < 1)$?
- ¿Cuál es el valor de $P(X = 1,5)$?



- 13) En un hospital, las estaturas, en centímetros, de los recién nacidos se distribuyen $N(48,2)$. A partir de esta información responda:

- ¿Cuál es la probabilidad que un recién nacido mida menos de 48cm?
- ¿Cuál es la probabilidad que un recién nacido mida menos de 50cm?
- ¿Cuál es la probabilidad que un recién nacido mida entre 44 y 52 cm?
- ¿Cuál es la probabilidad que un recién nacido mida menos de 42cm?

- 14) En los resultados de una prueba de matemática, la probabilidad que a un alumno le haya ido bien es de un 68%. Si de los 45 alumnos del curso se eligen a 5. a) ¿Cuál es la probabilidad que les haya ido mal? b) A cuántos alumnos aprox. Del curso les fue bien?

15) Se tiene una variable aleatoria X con una distribución probabilística discreta, dada por la siguiente función f(x):

$$f(x) = \begin{cases} Cx^2 & \text{si } x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) encontrar el valor de C.

b) determine el valor de la probabilidad de las siguientes expresiones:

- i) $P(X=5)$ ii) $P(X>2)$ iii) $P(X\geq 2)$ iv) $P(X\geq 3)$
 v) $P(1<X\leq 5)$ vi) $F(3)$ vii) $F(5) - F(4)$ viii) $1 - P(x>4)$

16) Un examen tipo test consta de 50 preguntas, cada una con tres respuestas, de las cuales sólo una es correcta. Se responde al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que al responder se tengan solo 40 buenas? Si a un alumno se le revisan solo 30 preguntas. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga incorrectas solo 5 de ellas?

17) Un estudio pudo constatar que de un grupo de jóvenes el promedio de celulares que han tenido es de 7 aprox. Con una desviación estándar de 2. Esta situación se distribuye $N(0,1)$. Determine:

- a) La probabilidad de que un joven haya tenido más de 7 celulares.
 b) La probabilidad que ya tenido menos de 3 celulares.
 c) La probabilidad que haya tenido más de 8 celulares.
 d) La probabilidad que haya tenido entre 4 y 7 celulares.

18) Usando la tabla de distribución normal, calcular las siguientes probabilidades, asumiendo que Z es una variable aleatoria que se distribuye $N(0,1)$.

- a) $P(Z<1,32)$ b) $P(Z>1,89)$ c) $P(Z\leq -1,47)$ d) $P(2,1<Z<3,31)$
 e) $P(-2,28\leq Z<2,0)$ f) $P(-0,18<Z\leq -0,03)$ g) $P(Z> - 2,05)$.

19) Sea f la función de probabilidad de la variable aleatoria continua X definida como

$$f(x) = \frac{1}{3}x, \text{ si } 0\leq x\leq 6, \text{ y } f(x)=0 \text{ para cualquier otro valor de } x. \text{ Después de hacer el}$$

gráfico, determine:

- a) $F(1)$
 b) $P(x<5)$
 c) $P(x<3)$
 d) $P(2<x<4)$
 e) $F(6) - F(2)$
 f) $F(5) - F(0)$

20) Sea una variable aleatoria continua cuya función de densidad de probabilidad es

$$f(x) = \begin{cases} 4px & \text{si } 0\leq x\leq 2 \\ 8p & \text{si } 2 < x \leq 4 \\ 0 & \text{para cualquier otro valor} \end{cases}$$

con p un número real positivo, determine:

- g) El valor de "p" b) $F(x=3)$ c) $F(x=2)$ d) $F(x=1)$ e) $P(1<x<2)$
 f) $P(x<3)$ g) $P(0<x<3)$ h) $F(3) - F(1)$

21) Si $f(x) = \frac{3kx - 2}{4}$ es la función de probabilidad de la variable aleatoria X, cuyo recorrido

es $\{0,1,2,3,4\}$, ¿Cuál es el valor de "k"?

22) Sea Y una v.a. con $N \sim (0,1)$. Determine:

- a) $P(Y<2)$ b) $P(Y<-1)$ c) $P(Y\geq -3)$ d) $P(Y\geq 1)$ e) $P(Y=-2)$

23) Se define X variable aleatoria como la cantidad de veces que aparece el número 5 en el lanzamiento de un dado. Si se lanza 134 veces, entonces, ¿Cuál es la aproximación a la distribución normal de esta distribución binomial?

24) Los pesos de los alumnos de 2º medio de un colegio, tienen una distribución normal de media 75Kg. y desviación estándar 5kg. ¿Cuál es la probabilidad que en una muestra de 121 alumnos, la media sea:

- a) Menor que 70 kg.
 b) Mayor que 70Kg.
 c) Igual a 68kg.
 d) Entre 60 y 80 kilos.